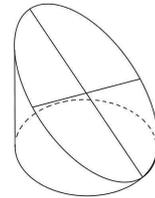


- (1) 1. Mějme číslo A . Spočítejme jeho ciferný součet a z výsledku opět ciferný součet a to opakujme tak dlouho, dokud nedostaneme jednociferné číslo. Toto číslo nazveme ciferací čísla A . Najděte nejmenší pěticiferné číslo, jehož ciferný součet je větší než 10 a jehož ciferace je 1.

- (1) 2. Kolik stupňů má vnitřní úhel při vrcholu pravidelného desetiúhelníku?

- (1) 3. Na obrázku je kus uříznutého válce (je uříznutý pouze jednou, a jeho podstava je tedy původní). Spočítejte objem takto vzniklého tělesa, jestliže znáte délky úseček vyznačených na horní stěně tělesa, tedy 5 cm a 3 cm . Je to nejdelší a nejkratší úsečka procházející středem horní stěny.



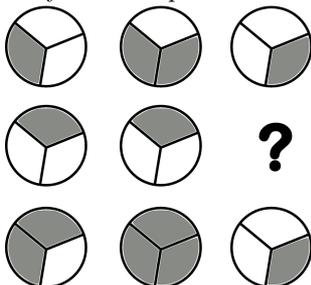
- (1) 4. Průplav mezi ostrovem pravdomluvných a ostrovem lhářů střeží obluda, která nechá proplout jen ty, kteří uhádnou její hádanku. Jelikož obluda žije na tak zvláštním místě, je nerozhodná a její výroky jsou střídavě pravdivé a nepravdivé, ale na začátku nevíme, který je který. Hádanka zní takto:

- číslo, které si myslím, je dělitelné třemi
- toto číslo je větší než sto
- toto číslo je dělitelné pěti
- toto číslo je liché
- toto číslo je větší než čtyřicet
- toto číslo je dělitelné čtyřmi

Jaké je řešení hádanky?

- (1) 5. Pepa chtěl jít do cukrárny, ale nevěděl, jak se tam přesně dostat. Zeptal se proto kolemjdoucí babičky na cestu. Ta mu odpověděla takto: „Jdi 250 m rovně, pak zahni doprava a po 150 m doleva. Jdi rovně 50 m a pak zatoč doprava a po 100 m zase doprava. Dalšíh 200 m přímo za nosem, zatoč doleva a po 50 m doprava a po dalších 150 m opět doprava. Poté už jen 200 m , zahni doleva, 100 m a zahni doprava. No a po 100 m naposledy zahni doprava a posledních 150 m a jsi tam.“ Vypočítej, jak daleko vzdušnou čarou je cukrárna od místa, ze kterého Pepa vyšel.

- (1) 6. Jaký obrázek patří místo otazníku?

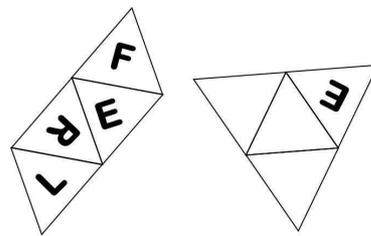


- (1) 7. Vlak má projet trasu mezi dvěma městy průměrnou rychlostí 56 km/h . Po hodině a půl cesty ale musel 30 minut stát kvůli spadlému stromu na kolejích. Aby do druhého města přijel načas, musel zvýšit průměrnou rychlost na 63 km/h . Jak dlouhá je trasa mezi těmito městy?
- (1) 8. Nákladní loď dokáže unést 20 tun. Prázdná je ponořená z jedné pětiny a její ponor úměrně roste vzhledem k hmotnosti nákladu, až nakonec při dvaceti tunách je ponořená ze dvou třetin. Jak moc bude ponořená, když poveze 6 tun vážícího slona?
- (1) 9. Karlovi plně nabitá baterie vydrží v budíku 27 dní. Jednou si chtěl hrát s vláčkem, do kterého patří dvě baterie. Měl pouze jednu plně nabitou baterii, a tak vzal baterii z budíku. Ta tam byla právě 9 dní. Hrál si s vláčkem tak dlouho, dokud jezdil. Potom chtěl baterii vrátit zpět do budíku. Ta, která v něm byla původně, byla úplně vybitá, takže tam dal druhou. Kolik dní mu půjde ještě budík?
- (1) 10. Víte-li, že součet dvou čísel je 135 a že jedno z nich je o 30 větší než dvě pětiny druhého, určete, o jaká čísla se jedná.
- (1) 11. Sedm trpaslíků bydlí spolu v domečku. Spí na jedné velké poschod'ové posteli o sedmi patrech. Každý má čepičku jiné barvy, jiný oblíbený den v týdnu a každý by rád o prázdninách jel někam jinam.
- Dřímál by o prázdninách rád jel do Halikarnasu prohlédnout si tamní mauzoleum a má čepičku fialové barvy.
 - Šmudla spí úplně nahoře a nemá čepičku oranžové barvy.
 - Nikdo z trpaslíků, kteří spí pod tím, kdo má zelenou čepičku, nenosí modrou čepičku.
 - Trpaslík, který by si o prázdninách rád prohlédl Semiramidiny visuté zahrady, spí uprostřed a má žlutou čepičku.
 - Oba trpaslíci, kteří spí úplně vespod a úplně nahoře, mají rádi víkendy.
 - Trpaslík, který má červenou čepičku, spí přímo mezi tím s oranžovou a tím s fialovou čepičkou.
 - Rejpal spí na druhé posteli zdola a trpaslík nad ním má rád úterky a rád by viděl maják na ostrově Faros.
 - Stydlín nosí indigovou čepičku a přímo pod ním spí Prófa, jenž nemá zelenou čepičku.
 - Štístko má rád pátky, chtěl by vidět Diovu sochu v Olympii a spí výš než Kejchal.
 - Trpaslík, který má rád čtvrtky, by chtěl vidět Rhodský kolos a nikdo z těch, kdo spí nad ním, nechce vidět Arthemidin chrám v Efezu.
 - Trpaslík, jenž má rád pondělky, spí výš než ten, kdo má rád středy.

Který den má nejraději Rejpal a kdo by se chtěl o prázdninách podívat na pyramidy?

- (1) 12. Budeme říkat, že číslo p je podřízeno číslu v (tedy v je jeho velitelem), jestliže součet čísla p a jeho ciferného součtu je roven v . Například číslo 17 je podřízeno číslu 25 (tedy číslo 25 je velitelem čísla 17), neboť $17 + 1 + 7 = 25$. Najděte číslo, jehož velitelem je číslo 82.

- (1) 13. Dokreslete druhý obrázek tak, aby zobrazoval plášť stejného čtyřstěnu jako ten první.

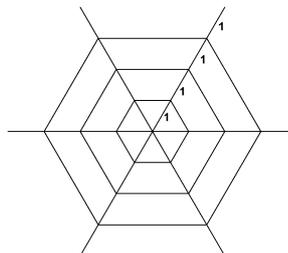


- (1) 14. Začínající farmář vypožíval, že 4 slepice snesou průměrně za 2 dny 4 vejce. Na trhu se 3 vejce prodávají za 3 zlaté a 1 zlatý je 15 stříbrných. Farmář se rozhodl koupit si 60 slepic. Kolik si každý týden vydělá na trhu za prodaná vejce?

- (1) 15. Kolik čísel mezi 1 a 2014 (včetně) obsahuje ve svém desítkovém zápise alespoň jednu jedničku?

- (1) 16. Ovocný sad byl vysázen během tří let. Ve druhém roce bylo vysázeno o 15 % více stromků než v prvním roce a ve třetím roce bylo vysázeno o 40 % méně stromků než v prvním a druhém roce dohromady. Celkem bylo vysázeno 4128 stromků. Kolik stromků bylo vysázeno v posledním roce?

- (1) 17. Pavouk Emil si plete všude možné své pavučiny. Vypočítej, kolik *cm* vlákna spotřebuje na jednu takovouto pravidelnou pavučinu (údaje na obrázku jsou v *cm*).



- (1) 18. Lamodlak má zpočátku ve své zvířecí podobě tři hlavy a tři ocasy. Zabít ho lze jedině tak, že mu useknete všechny hlavy i ocasy aniž by mu jedno z toho mohlo dorůst. Jednou ranou mečem je možno mu utnout až dva ocasy, nebo dvě hlavy. Useknete-li mu hlavu, narostou mu dvě nové, useknete-li mu dvě hlavy, naroste mu ocas, useknete-li mu ocas, doroste mu nový, a pouze když lamodlakovi useknete dva ocasy, nedoroste mu nic. Navíc po desáté ráně se lamodlak přemění do své lidské podoby, ve které je nezranitelný. Je možné lamodlaka zabít? Kolik minimálně seků je na to potřeba?

- (1) 19. Jaký dostaneme výsledek, když budeme střídavě sčítat a odčítat čísla od 1 do 2014: $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \dots - 2014$?

(1) 20. Pepíček se hrozně bojí psů. Hlavně sousedova psa Nera, který strašně rád skáče a olizuje mu ruce. Když jednou jde domů, objeví se Nero na 540 metrů vzdáleném rohu jejich ulice, právě když chce odemknout bránu. Leknutím upustí klíče na zem. Kroužek, na kterém jsou pověšené, se rozláme. Pepíček teď neví, který klíč je od brány. Nero běží rychlostí asi 18 m/s . Vyzkoušet jeden klíč trvá Pepíčkovi zhruba 4 sekundy. Správným klíčem pak odemknout, vběhnout do brány a zavřít za sebou dohromady asi 7 sekund. Pepíček má na svazku 13 klíčů...zkouší to a zkouší...nakonec sedmý klíč pasuje...Pepíček odemyká...Stihne zavřít branku dříve, než Nero doběhne až k němu? Kolik sekund má rezervu/ kolik sekund mu bude chybět?

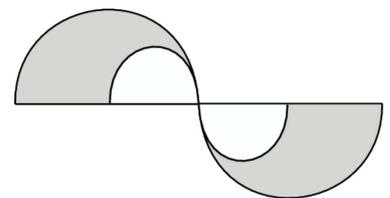
(1) 21. Vojta měl sestry Báru a Andulku a někdy si s nimi hrál tak, že je vozil na zádech. Jednou ho napadlo, že by se takto se svými sestrami mohli zvážit. Vzal tedy na záda Báru a vylezl na váhu. Ukázala $137,8\text{ kg}$. Potom Báru sundal a vzal na záda Andulku, váha tentokrát hlásila $139,1\text{ kg}$. V tom ho ale napadlo, že kdyby věděl, kolik váží Andulka s Bárou dohromady, mohl by jednoduše vypočítat, kolik váží všichni tři dohromady. Přemluvil tedy Andulku, aby vzala na záda Báru, a na váze si posléze přečetl, že dohromady vážily $113,9\text{ kg}$. Kolik kilogramů váží všichni sourozenci dohromady?

(1) 22. Babička s dědou hlídají svých 5 vnoučat – Tomáše, Madlu, Nastů, Kubu a Anežku. Děda ani babička už nemají všechny zuby, a tak mají protézy, které jim doplňují chybějící zuby tak, aby měli po 28 zubech. Navíc víme:

- Kuba má dvakrát více zubů nežli babička.
- Anežka s Madlou mají dohromady stejně zubů jako děda s babičkou.
- Nastů spolu s počtem zubů na dědově protéze má stejně zubů jako Kuba.
- Nastů, Tomáš a děda mají dohromady stejně zubů jako Anežka.
- Kuba má dvakrát více zubů než mají Madla, Tomáš a děda dohromady.
- Anežka má dvakrát více zubů než děda.
- Madla je prostě moc ukecaná, a tak o ní každý ví, že má 4 zuby.

Kolik zubů má na protéze děda a kolik babička?

(1) 23. Jaký je obsah šedé části obrázku, jenž je složený z několika půlkruhů, větších s poloměrem 2 a menších s poloměrem 1?



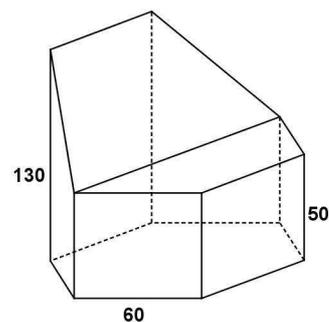
(1) 24. Parní válec má průměr 2 metry a šířku 3 metry. Kolik čtverečních metrů cesty zválcuje, když se otočí sedmkrát?

- (1) 25. Z čísel 1 až 12 vyberte a do bílých čtverečků napište taková, aby předepsaná čísla byla rovna součtu doplněných čísel kolem nich (čísla se mohou opakovat). Jaká čísla patří do levého horního a pravého dolního čtverečku?

	6		16	
14		15		19
	23		18	
16		22		9
	15		13	

- (1) 26. Do bazénu nateče rourou R za 3 hodiny a rourou S za 4 hodiny celkem 2150 hl vody. Rourou R za 4 hodiny a rourou S za 2 hodiny by nateklo 1700 hl vody. Kolik hektolitrů vody nateče zvlášť rourou R a kolik rourou S za 1 hodinu?
- (1) 27. V neděli dopoledne bylo na výstavě celkem 96 žen, mužů a dětí v poměru 9 : 10 : 5 (v tomto pořadí). Po poledni odešlo šest manželských párů a naopak přišly dvě čtyřčlenné rodiny (otec, matka a 2 děti). Napiš nový poměr osob na výstavě (ve stejném pořadí a v základním tvaru).
- (1) 28. V pravidelném 2014-úhelníku si nakreslíme všechny úhlopříčky (spojnice dvou nesousedících vrcholů). Kolik úhlopříček dostaneme?
- (1) 29. Paní Ementálová si chtěla koupit 150 g nivy. Niva má tvar válce o poloměru 8 cm a výšce také 8 cm . Jak dlouhý oblouk bude mít výseč, kterou paní prodavačka paní Ementálové ukrojí, jestliže hustota nivy je $\frac{75}{64} g/cm^3$?
- (1) 30. Na louce roste plevel. Každý den se jeho plocha zdvojnásobí. Pokud trvá 44 dní, než plevel zaroste celou louku, jak dlouho tvá, než zaroste čtvrtinu louky?

- (1) 31. Na obrázku vidíte kubistické křeslo a délky některých jeho hran v centimetrech. Křeslo vzniklo odříznutím kusu pravidelného šestibokého hranolu. Víme, že rovina „sedadla“ je rovnoběžná s rovinou podstavy a zároveň kolmá na jeho svislé hrany. Kolik dohromady měří všechny jeho hrany?



(1) **32.** Firma pro své zaměstnance zajistila výlet do Polska. Autobus má kapacitu 45 cestujících a odjel zcela plný. Zájezd stál celkem 29 300 Kč. Zaměstnanci si mohou s sebou vzít děti nebo známého. Zaměstnanec stál výlet 600 Kč, za dítě se platilo 400 Kč a ostatní platili 900 Kč. V autobuse bylo třikrát méně dětí než zaměstnanců. Kolik dětí se jelo podívat do Polska?

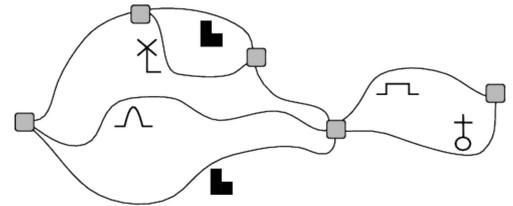
(1) **33.** Najděte nejmenší trojčíferné číslo, jehož ciferný součet je trojnásobkem jeho ciferného součinu.

(1) **34.** Co má v posloupnosti následovat?

$$2, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \sqrt{2}, 8, \frac{1}{\sqrt[3]{2}}, \frac{1}{16}, \sqrt[4]{2}, 32, \frac{1}{\sqrt[5]{2}}, \frac{1}{64}, \sqrt[6]{2}, ?$$

(1) **35.** Mějme kruh o poloměru 2 cm a v něm sečnu, jež je menší než průměr kruhu. Z krajních bodů jsou vedeny tečny. Bod průniku tečen je ve stejné vzdálenosti od sečny jako od středu kruhu. Jak je velká sečna?

(1) **36.** Několik kamarádů se vydalo na výlet po naučné stezce. Po několika metrech se ocitli na rozcestí. Byla na něm mapka, kterou vidíte na obrázku (šedé čtverečky znamenají rozcestí). Kamarádi se chtějí dostat z rozcestí, které je na mapce úplně vlevo, na rozcestí úplně vpravo. Rádi by prošli všechny cesty, ale ty jsou příliš dlouhé a oni nemají dost času. . . každý z nich má však mobil, a tak se domluví, že půjdou různými trasami, všechno vyfotí a cestou zpátky ve vlaku si to vzájemně ukáží. Kolik nejvíce a kolik nejméně mohlo být kamarádů, platí-li:



- Nikdo nebyl na stejném rozcestí dvakrát.
- Žádní dva nešli úplně stejnou trasu.
- Každou cestou na mapě šel alespoň jeden z kamarádů.

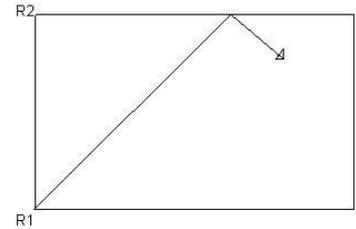
(1) **37.** Pětúhelník $ABCDE$ má úhly při vrcholech A , B , C a E stejné. Při vrcholu D má úhel 108° . Jaký úhel svírají úsečky AC a BE ?

(1) **38.** Míša a Franta házejí střídavě kuličky do jamky. Každá čtvrtá Míšova a každá pátá Fandova kulička skončí v jamce. Teď je v jamce sedmnáct kuliček. Kolik kuliček je okolo ní?

(1) **39.** Studentka designu vyrábí malé ozdoby tvaru pravidelného čtyřbokého jehlanu s délkou podstavy 8 cm a výškou 3 cm. Kolik cm^2 látky spotřebuje na výrobu 100 takových ozdob?

- (1) 40. V pěti políčkách knihovničky je celkem 210 knih. V první je o 6 knih více než ve druhé. Počet knih ve druhé je průměrem počtu knih první a páté políčky. Součet knížek v páté a první políčce je stejný jako součet knih ve třetí a čtvrté. Ve čtvrté políčce je o deset knih méně než v první. Kolik knih je ve třetí políčce?
- (1) 41. Cena netbooku byla dvakrát snížena. Nejdřív o 15 % a později ještě o 10 % ze snížené ceny. Po tomto dvojnásobném snížení se netbook prodával za 8 874 Kč. Kolik stál původně?

- (1) 42. Delší strana biliárového stolu měří 3 m. Hráč vyslal biliárovou kouli z rohu $R1$ pod úhlem 45° , jak je naznačeno na obrázku. Po třech odrazech se koule dostala do rohu $R2$. (Koule se odrazí vždy pod stejným úhlem, jako dopadne). Kolik měří kratší strana stolu?



- (1) 43. Mravenci uspořádali olympiádu. Zúčastnilo se jí přes 1 000 soutěžících z několika mravenišť. Dostávali zlaté, stříbrné a bronzové medaile. Nejúspěšnější byli mravenci z mraveniště Velká hora. Získali spoustu medailí a o jejich úspěších víme toto:
- Těch, kteří vyhráli zlatou a stříbrnou medaili, bylo dvakrát více než těch, kteří získali jen zlatou nebo jen stříbrnou.
 - Všech medailistů byl trojnásobek počtu těch, kteří získali stříbrnou i bronzovou medaili.
 - Jen bronzovou medaili získali dva mravenci.
 - Těch, kteří získali stříbrnou i bronzovou medaili, bylo o dva méně než těch, kteří získali zlatou i stříbrnou medaili.
 - Nikdo nezískal více než dvě medaile a nikdo nezískal dvě stejné medaile.
 - Počty těch, kdo mají jen jednu medaili, jsou tři po sobě následující čísla.

Kolik mravenců z Velké hory získalo zlatou i bronzovou medaili? A kolik medailí získali velkohorští mravenci dohromady?

- (1) 44. Myslím si dvě čísla. První odečtu od druhého, přičtu k tomu 1 500 a celé to vynásobím dvěma. Pak k tomu přičtu 21, odečtu od toho druhé číslo a výsledek znovu vynásobím dvěma. K tomu pak přičtu druhé číslo a následně přičtu i první, celé to vydělím třemi a nakonec ještě odečtu druhé číslo a přičtu první. Co dostanu?
- (1) 45. Jeden matematik podivín psal všechny své dopisy na toaletní papír. Navíc si vždy dal záležet na tom, aby jeho dopis měl prvočíselný počet útržků. Jaký nejdelší dopis mohl napsat na typickou dvousetútržkovou roli toaletního papíru?
- (1) 46. Doplňte další číslo posloupnosti: 2, 3, 6, 18, 108, 1 944, ?