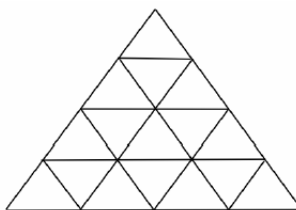


## Úlohy soutěže MaSo, 11. prosince 2009

1. Na očíslování stran v knize jsme použili 159 číslic. Začínáme číslovat 1, 2, ... Kolik stran má kniha? [84]
2. Na číselné ose jsou čísla 5 a 15 od sebe vzdálena 2 dm. Kolik centimetrů budou od sebe vzdálená čísla  $-5$  a  $-7$ . [4 cm]
3. Kolo trakaře se za minutu otočí 100krát, když jede rychlostí 3 km/h. Jaký je obvod kola? [0,5 cm]
4. Ve škole je 100 žáků. 70 žáků umí počítat kombinatorické příklady, 75 umí počítat geometrické příklady, 80 umí přímou a nepřímou úměrnost a 85 umí počítat rovnice. Jaký je nejmenší počet žáků, kteří umí počítat všechny čtyři typy příkladů a můžou tak jít na MaSo? [10]

5. Kolik je na obrázku trojúhelníků?



6. Tři spolužáci, Martin, Petr a Honza, se zúčastnili matematické olympiády, kde získali jednu prvou, jednu třetí a jednu druhou cenu. Před vyhlášením si učitel tipnul následující výsledek: Honza získá druhou cenu, Martin nezíská druhou cenu a Petr nezíská první cenu. Po vyhlášení výsledků se ukázalo, že pouze jeden z těchto tipů byl správný, ostatní dva byly nesprávné. Kdo získal kterou cenu?

[1. Honza, 2. Martin, 3. Petr]

7. Do kroužku létání se přihlásilo 35 draků a pouze 9 dračic. Od té doby každý týden do kroužku přistoupili 3 draci a 5 dračic. Po kolika týdnech bude v kroužku stejně draků a dračic?

[po 13]

8. Z číslic 1, 5, 7, 0, 9, 3, 6 vytvořte nejmenší šesticiferné číslo dělitelné třemi tak, aby se číslice neopakovaly.

[103 569]

9. Pro trojúhelníky ABC a KLM platí: bod C je středem úsečky MB, bod A je středem úsečky KC a bod B je středem úsečky AL. Jakou část z obsahu trojúhelníku KLM tvoří obsah trojúhelníku ABC?

[1/7]

10. Kolika způsoby je možno zaplatit 100 Kč samými pětikorunami a dvoukorunami?

[11]

11. Každé bílé políčko obsahuje jednu z číslic 1 – 8 a každá se vyskytuje právě jednou. Všechny matematické operace ve vodorovném i svislém směru musí být pravdivé. Doplňte čísla:

	÷		=	
+		×		
	+		=	
=		=		

[&]

12. Honza se ve škole nudil a tak si vymyslel, že bude hledat 5ciferná čísla. Ne však obyčejná, ale taková, pro která platí: každá číslice je větší než součet číslic, které stojí napravo od ní. Najděte alespoň jedno takové číslo.

[84 210, 94 210, 95 210]

13. Napište nejmenší 5ciferné číslo, jehož součet cifer je větší než 33.

[16 999]

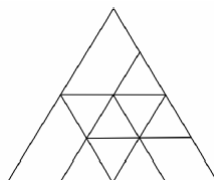
14. Tomáš by měl dělat domácí úkol z češtiny, jenže ho to nebaví a raději by se proháněl venku popadaným listím. A tak se jen tak smutně koukal ven a počítal. Ze svého okna viděl tři stromy. Z prvního spadlo 7 listů za 15 minut, z druhého 10 listů za 12 minut a z třetího 9 listů za 10 minut. Ovšem velmi se nudil a tak spočítal, že na třetím stromu už je pouze 54 listů. Za jak dlouho dopsal úlohu, když na zemi přibylo 288 listů?

[3 hodiny]

15. Kolik nejvíce přirozených čísel menších než 20 můžeme vzít, aby byl jejich největší společný dělitel větší než 1?

[9]

16. Z kolika trojúhelníků Kamil složil tento obrázek? Použil jich co nejméně, vystříhl je z papíru a poté skládal na sebe.

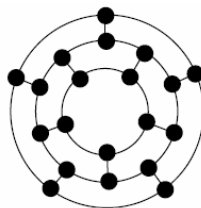


[5]

17. Malý elf má tři červené a tři modré kousky dřeva. Když postavíme čtyři z nich na sebe, vznikne věž. Kolik barevně různých věží umíme postavit?

[14]

18. Vaším úkolem je projít jedním tahem přes všechny body právě jednou a vrátit se do toho samého bodu, ze kterého jste vycházeli.



[&]

19. V rovnoramenném lichoběžníku  $ABCD$ , kde  $AB$  je rovnoběžná s  $CD$  platí, že  $|AD| = |CD|$ . Úhel  $DBC$  má velikost 35 stupňů. Jaká je velikost úhlu  $ADB$ ?

[75 stupňů]

20. Na stůl jsme položili vedle sebe tři pohárky tak, že prostřední je položen dnem nahoru, ostatní dva jsou položeny normálně – dnem dolů. Úloha zní následovně: Musíte právě čtyřikrát zvednout vždy dva pohárky najednou, každý z nich otočit opačně než byl a pak je znovu položit na stůl. Napište, kdy máte které dva pohárky zvednout, aby byly právě po čtyřech zvednutích a otočeních všechny pohárky dnem nahoru.

[1-2, 1-3, 1-3, 2-3, na pořadí nezáleží]

21. Jaký úhel svírá hodinová a minutová ručička přesně v 16:40? (Pozor, hodinová i minutová ručička se pohybují pořád!)

[100°]

22. Bratři Honza a Jakub válčili vodními zbraněmi. Honza měl tři větší a jednu menší pistol a Jakub měl dvě větší a čtyři menší pistole. Ovšem, když si doplňovali municí, neboli vodu, tak si dali oba shodně deset nádobek vody a přitom měli oba plně nabit. Kolik nádobek vody se dává do větší pistole?

[3]

23. Alcarñacil sní koláč za 4 minuty, Ciltalle za 6 minut a Valmelindovi by sněžení trvalo až 12 minut. Za jak dlouho snědí koláč, když ho budou jíst společně?

[2 minuty]

24. Těchto šest útvarů můžeme uspořádat tak, že 2 sousední budou mít vždy buď shodnou barvu, nebo tvar. Kolik takových možných uspořádání existuje?



[12]

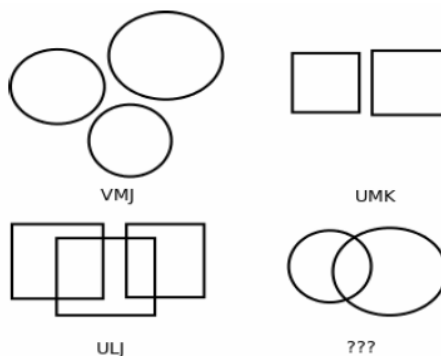
25. (1) Věta 2 je nepravdivá.  
 (2) Věta 1 je nepravdivá.  
 (3) Věta 3 je pravdivá.  
 (4) Věta 3 je pravdivá.  
 (5) Věta 4 je nepravdivá.  
 Kolik nejvíc vět může být pravdivých? A které to můžou být?

[3 věty: třetí, čtvrtá a jedna z prvních dvou]

26. Kvádr o rozměrech  $7 \times 8 \times 30$  centimetrů má hmotnost 4 kilogramy. Kolik bude tento kvádr vážit, když z každé stěny odřežeme vrstvu tlustou 1 centimetr?

[2 kg]

27. Pomozte Karkulce, zatím se jí nepodařilo najít nějaký vztah mezi písmenky a obrázky. Ví, že odpovědi jsou 3 písmenka. Jaká?



[VLK]

28. V následujícím schématu spojte levý horní roh s pravým dolním lomenou čarou tak, aby součet čísel, kterými prochází, byl roven 100. Postupovat smíte pouze zleva doprava a shora dolů.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

[&]

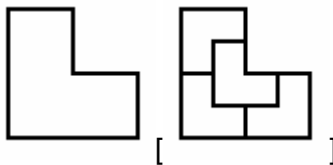
29. Karel má rád rytíře a obzvlášť příběh o králi Artušovi a jeho družině. Jenže stále neví, kolik vlastně měl kolem sebe věrných rytířů. Kdesi se dočetl, že když si všichni sedli kolem kruhového stolu, tak sedmý rytíř od pravé ruky Artuše seděl naproti dvanáctému od Artušovy levé ruky. Už víte, kolik rytířů u Artušova stolu jídávalo?

[37 bez Artuše]

30. Železniční stanicí v Horní Dolní projíždějí za den tři rychlíky – v 8:00, v 10:00 a v 18:00. Kolik je hodin, když do odjezdu nejbližšího rychlíku zbývá třetina času, který uběhl od odjezdu předchozího rychlíku, a víme i to, že do odjezdu nejbližšího rychlíku zbývá čtvrtina času, který uběhl od odjezdu prvního ranního rychlíku.

[16:00]

31. Rozdělte útvar na obrázku na 4 stejné části tvarem i velikostí.



32. Najděte všechna přirozená čísla dělitelná osmi, jejichž ciferný součet je rovný sedmi a ciferný součin je rovný šesti (Například číslo 832 má ciferný součet  $8 + 3 + 2 = 13$  a ciferný součin  $8 \times 3 \times 2 = 48$ .)

[16, 1 312, 3 112]

33. Mravenec Jožo pobíhá po krychli o straně 1 cm. Chodí jen po jejích hranách, začíná ve vrcholu. Chce projít každou hranou alespoň jednou. Jakou nejmenší dráhu tak musí projít?

[15 cm]

34. Babička žila na opačném konci světa. Mezi domem vnučky a domem, kde bydlela babička, bylo 7 mostů, přes které bylo nutno projít. Jiná cesta neexistovala. Na každém mostě stál mýtný, který vybíral poplatky za přechod přes most. Každý mýtník si od vnučky vzal přesně polovinu koláčků, které nesla. Protože se ale vnučka vždy na mýtného hezky usmívala, každý jí za to jeden koláček vrátil. Kolik koláčků musí vnučka upéct a vzít s sebou, aby babičce donesla přesně 2 koláče?

[2]

35. V následujícím výrazu dosadte číslice za jednotlivá písmena tak, aby zapsaná rovnost platila. Za stejná písmena dosadte stejné číslice, za různá písmena různé číslice.

SEVEN + SEVEN + SIX = TWENTY

[68782 + 68782 + 650 = 138214]

36. Máma Elfička přinesla z obchodu krabici kostkového cukru. Tárí snědla nejprve horní vrstvu, tedy 77 kostek cukru, pak jednu přední vrstvu, kde jich bylo 55 a nakonec boční vrstvu. Naštěstí si máma v tom momentě Tárí všimla a nějaké kostky se jí přece jen podařilo zachránit. Kolik kostek cukru ještě zůstalo v krabici?

[300]

37. Lukáš má velmi hodnou maminku, která mu peče velké koláče. Jednou mu upekla opravdu velký. Takže když si ho odnášel do klubovny, věnoval část z něho kamarádům, které potkal. Nejdříve uviděl Andulku a dal jí 2 části z devíti. Poté potkal Adama, a protože vypadal hladově, tak mu dal  $5/7$  toho, co měl. Nakonec potkal Lukáše a tomu dal ze zbytku  $1/3$ . Kolik koláče zbylo na něj?

[4 / 27]

38. Adéla skládala puzzle o 1000 kouscích. Obrázek měl ale 2 pětilice naprosto stejných dílků. Kolika možnými způsoby je tam mohla dát?

[ $5!^2 = 1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5$ ]

39. Tři střelené kamarádky Kamila, Katka a Klára zjistily, že na místo, kde se běžně setkávají od svých domů, ujdou společně 15 340 kroků. Z toho  $1/5$  Kamila, která dělá o čtvrtinu větší krok než Katka. Ta udělá  $1/2$  společných kroků a to polovičními krůčky než Klára. Proto si také dost často stěžuje, že to má nejdál a ať se setkávají někde blíž k ní. Ale na to si občas stěžují i ostatní. Tak jim poradte, kdo to má nejdále?

[Klára]

40. V Lysé pod Plešatou se mají věci takto:

(1) Žádní dva obyvatelé nemají na hlavě přesně stejný počet vlasů.

(2) Žádný z obyvatel nemá na hlavě přesně 518 vlasů.

(3) Lysá má více obyvatel, než má kterýkoliv z jejich obyvatel vlasů na hlavě.

Jaký je nejvyšší možný počet obyvatel?

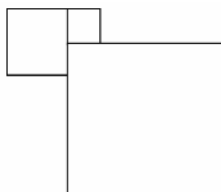
[518]

41. Umístěte na šachovnici ( $8 \times 8$ ) 3 dámy a 4 věže tak, aby ohrožovaly všechna neobsazená políčka šachovnice. (Políčka, na kterých sami stojí, můžou, ale nemusí být ohrožené.) Dáma ohrožuje všechna políčka v řádku, v sloupci i v obou úhlopříčných směrech; věž ohrožuje všechna políčka v řádku a sloupci, ve kterých sama stojí.

[&]

42. Z čísel  $-9, -7, -3, 0, 5, 8$  vyber taková dvě čísla, aby součet jejich součinu a součtu byl nejmenší možný. [- 9 a 8]

43. Magdina zahrada se dá poskládat ze tří čtverců (viz obrázek). Na oplocení vždy jedné strany čtverce bylo použito 5, 9 a 27 sloupků. Kolik sloupků celkem drží plot kolem celé zahrady?



[128]

44. Do čtverce  $4 \times 4$  políčka doplňte čísla 1, 2, ..., 8, 9 tak, aby vzniklá čtyřciferná čísla byla dělitelná třemi. Čtyřciferná čísla v rádcích čteme zleva doprava, ve sloupcích shora dolů a v úhlopříčkách také shora dolů.

			4
1			
3			4
7	5	6	

1	3	4	4
1	2	5	7
3	8	6	4
7	5	6	9

[např. ]

45. Elfský talisman vypadá jako jedenáctiboký jehlan, který má na každé stěně (i podstavě!) nějaké číslo. Součet všech těchto čísel je 60. Každému vrcholu je přiřazeno číslo, které je rovno součtu čísel na stěnách, které tento vrchol obsahují. Navíc, všechny vrcholy mají přiřazeno stejné číslo. Jaké?

[33]

46. Krátky slovník slovenského jazyka má devět svazků. Na horní polici jsou díly 9, 7, 6, 2, na dolní polici jsou díly 8, 5, 4, 3, 1. Jejich uspořádáním na polici vzniká nahoře i dole nějaké číslo (např. 2 976, 81 345). Dají se svazky uspořádat tak, aby horní číslo podělené spodním dávalo zlomek, jehož hodnota je jedna polovina? Knihy můžeme přehazovat jenom v rámci jedné poličky.

[šest: 9627 a 48135, 7629 a 38145, 6297 a 31485, 2967 a 14835, 2769 a 13845, 2697 a 13485]

47. Žena měla dva koberce, jeden o rozměrech  $10 \times 10$  m a druhý  $8 \times 1$  m. Jak má pomocí jednoho souvislého řezu rozdělit větší koberec na dvě části, když chce, aby se z koberců dal poskládat jeden o rozměrech  $9 \times 12$  m? (Koberce mají „chlupy“ pouze na jedné straně.)

[&]