

## Úlohy soutěže MaSo, 5. prosince 2008

1. Jarda si myslí celé číslo. Když ho umocní na druhou, na třetí a na čtvrtou a tyto mocniny sečte, dostane 63. Jaké číslo si myslí?

[– 3]

2. Vyjádřete v minutách. Měsíc má 30 dnů.

$$4 \times 5 \text{ minut} + 1\,800 \text{ sekund} - 4 \times 10 \text{ minut} + 2 \text{ hodiny} - 1 / 20 \text{ hodiny} + 1 / 180 \text{ měsíce.}$$

[373 minut]

3. Jak přeložit papír, aby na něm vznikly dvě kolmé přímky?

[Třeba když se přeloží na čtvrtinu  
tzn. na půlku horizontálně a potom se tohle celé přeloží na půlku vertikálně]

4. Uzávorkujte následující výraz tak, aby se rovnal 40:

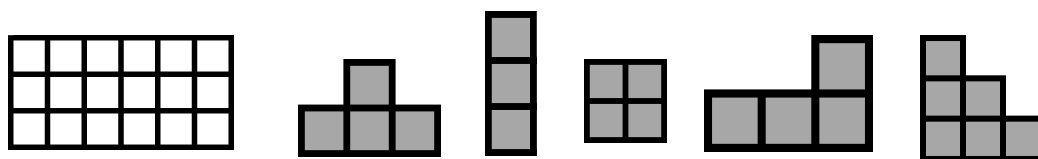
$$3 \times 5 + 7 - 2 \times 4 - 3 + 10$$

[ $3 \times (5 + 7 - 2) \times (4 - 3) + 10$ ]

5. Určete dvojciferné číslo, jehož velikost se rovná dvojnásobku součinu jeho cifer.

[36]

6. Na vydláždění následující mřížky jsou potřeba čtyři z pěti níže nakreslených dlaždic. Která z uvedených dlaždic nemůže být použita v žádném úplném vydláždění?



[druhá dlaždice, složená ze 3 dílků]

7. Lád' o obarvuje stěny a vrcholy krychle červenou a modrou barvou. Nejprve nějak obarvil stěny krychle. Potom obarvil vrcholy krychle tak, že každý vrchol má tu barvu, kterou má většina stěn sousedících s tímto vrcholem. Lád' o obarvil dva vrcholy na modro, ostatní na červeno. Kolik stěn krychle obarvil na červeno?

[4]

8. Protože Honza nevěděl, kolik jablek je v košíku, zeptal se dětí. Dostal následující odpovědi:

Ivka: Nebudu ti lhát, je jich 9.

Lád'a: Já ti to prozradím, je jich 6.

Olda: V jeho prvočíselném rozkladu je sudé i liché číslo.

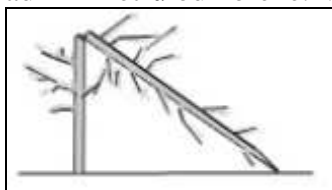
Petr: Jejich počet je určitě sudý.

Tomáš: Vím, že je to prvočíсло.

Jen 2 říkali pravdu. Kdo Honzovi určitě nelhal?

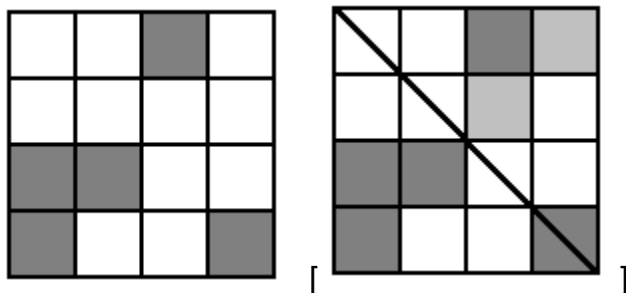
[Pet' o]

9. Při vichřici v Krkonoších blesk zasáhl smrk a zlomil ho takto: Smrk měl 54 roků, přičemž každý rok povyroste o 1/3 metru. Vrchol smrku spadl 12 metrů od kořene. V jaké výšce se smrk zlomil?



[5 metrů od země]

10. Vybarvěte co nejméně čtverečků tak, aby byl útvar souměrný podle nějaké jeho osy.



11. Z velké ocelové koule vyrobíme 1000 malých kuliček. Kolikrát více barvy potřebujeme na natření menších kuliček než na natření původní koule?

[10krat]

12. Pět kamarádů se rozhodlo, že připraví své učitelce Dianě k narozeninám překvapení. Peťo si myslí, že bude mít 38 let 16. března. Ifka si myslí, že bude mít 40 let 17. dubna. Láďa si myslí, že bude mít 38 let 17. dubna. Honza si myslí, že bude mít 38 let 17. března. A Miško si myslí, že bude mít 40 let 16. března. Víme, že jeden z nich si to myslí správně a žádný z nich se nemylí úplně (tj. věk, den nebo měsíc si myslí správně). Kdy má Diana narozeniny a kolik bude mít let?

[38 let, 17. 3.]

13. Najděte nejmenší přirozené číslo, které se po přeškrtnutí poslední cifry zmenší dvanáctinásobně.

[12]

14. Máme dva čtverce se stranami 5cm a 6cm, přičemž vrchol většího z nich leží ve středu menšího čtverce. Jaký je obsah útvaru, který patří zároveň do menšího i do většího čtverce?

$[(2,5 \text{ cm})^2 = 6,25 \text{ cm}^2]$

15. Na lavičce v parku sedí čtyři dívky: Jana, Eva, Zuzana a Pavla. Seřaďte dívky podle výšky, podle věku a podle nálady, pokud víte, že:

- Zuzana je vyšší než Eva, ale nižší a veselejší než Pavla.
- Pavla je mladší než Zuzana a Eva.
- Eva je veselejší než Zuzana, ale není tak veselá jako Jana.
- Jana je starší než Zuzana a mladší než Eva. Je ale menší než obě.

[Podle výšky: Jana, Eva, Zuzana, Pavla]

[Podle věku: Pavla, Zuzana, Jana, Eva]

[Podle nálady: Pavla, Zuzana, Eva, Jana]

16. Švédský hokejový brankář chytil v zápase se Slovenskem 34 střel, což bylo 85 % všech střel, které putovaly na jeho branku. Slovenský brankář chytil jen 80 % ze všech střel na jeho bránu. I přesto ale Slovensko vyhrálo rozdílem jednoho gólu. Kolik střel (počet) slovenský brankář chytil?

[20 střel]

17. Želva měla narozeniny. Jako dárek dostala od kamarádů ze ZOO tato písmena: A, E, M, M, O, S. Písmeno M dostala dvakrát. Rozhodla se, že poskládá všechna slova složená ze 3 z darovaných písmen tak, aby hned za sebou nebyly 2 samohlásky. Například OSA nebo SAM. Slovo je libovolná posloupnost písmen, nemusí mít žádný význam. Kolik takových různých slov existuje?

[42]

18. Lubka pletla šátek tvaru pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníka. Začala pletst od cípu s pravým úhlem. Po spotřebování jednoho klubka zjistila, že šátek je malý, protože přepona šátku byla dlouhá jenom 57 cm. Lubka pokračovala v pletení, až dokud nespotebovala druhé, stejně velké klubko. Kolik poté měřily odvěsny šátku?

[57 cm]

19. Matematický automat MaSoStroj umí s čísly provádět dvě operace: přičíst jedničku, zdvojnásobit. Na začátku do stroje vložíme číslo 0. Za chvíli z něj vypadne 117. Jaký nejmenší počet operací musel stroj provést?

[11]

20. Dvě tečny kružnice  $k$  se protínají v bodě  $B$ , který je od středu kružnice vzdálený  $\pi$  cm, a svírají úhel velikosti  $60^\circ$ . Jaký je poloměr kružnice  $k$ ?

$[\pi/2 \text{ cm}]$

21. V pravidelném osmiúhelníku vyznačíme středy všech úhlopříček. Kolik různých bodů je vyznačeno?

[17]

22. V tabulce na obrázku jsou vepsaná čísla. Přeuspořádejte tato čísla v tabulce tak, aby součet v každém řádku, sloupci a součet čtyř čísel v rozích a čtyř čísel uprostřed byl 180.

12	12	12	12
34	34	34	34
56	56	56	56
78	78	78	78

$[\&, (12 + 34 + 56 + 78 = 180)]$

23. Michael Schumacher se cílovou rovinkou prohnal rychlostí 310 km/h a přístroje zaznamenaly, že kolo se během tohoto času otočilo přesně 425krát. Když průměr kola monopostu F1 je 60 cm, jak dlouho trvalo Schumacherovi projet cílovou rovinkou? Zaokrouhlete nahoru na celé sekundy.

[10 s]

24. Najděte deseticiferné číslo, jehož první číslice udává počet nul v tomto čísle, druhá počet jedniček, třetí počet dvojek, atd. až desátá počet devítek v tomto čísle.

[6 210 001 000]

25. Určete hodnotu výrazu  $1(2 - 3) - 4(5 - 6) + 7(8 - 9) - 10(11 - 12) - \dots + 97(98 - 99)$

[- 49]

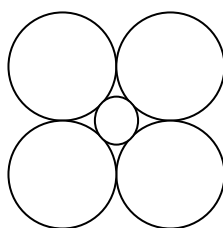
26. MaŤo, který pracuje na soutěži MaSo jako kreslič, měl na stole položenou čtvercovou síť o velikosti  $4 \times 4$ . Najednou přišel šachový kůň MaJo a rozhodl se, že po této síti bude skákat tak, že na každé políčko skočí právě jednou. MaJo může skákat jen ve tvaru písmena  $L$ . Poradte mu, jak má skákat.

[Úloha nemá řešení.]

27. Sázková kancelář nabízí: Když vsadíte na Slavii a vyhraje Slavia, dostanete 1,8násobek vkladu, když na Spartu a vyhraje Sparta, dostanete 3,6násobek vkladu, a pokud vsadíte na remízu a bude remíza, dostanete 6,9násobek vkladu. Jak vsadíte svých 1 000 korun, aby jste za každých okolností vyhráli?

[Na Slavii alespoň 556, na Spartu alespoň 278 a na remízu alespoň 145.]

28. Mám čtyři jednotkové kruhy, které jsou vloženy do útvaru  $2 \times 2$ , viz obrázek, kruhy se dotýkají. Jaký je největší poloměr kruhu, který můžeme umístit mezi tyto čtyři kruhy tak, aby nepřesahoval žádný z kruhů?

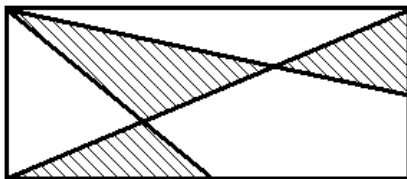


$[(\sqrt{2} - 1) / 2]$

29. Číslo je tím sudější, čím vícekrát se dá vydělit dvěma beze zbytku. Najděte co nejsudější kladné nenulové číslo, které se dá napsat pomocí pěti devítek, znamének +, -, ×, / a závorek.

[čísla, která jsou dělitelná číslem 16, např.  $144 (= 9 \times (9 + 9) - 9 - 9)$ ]

30. Máme koláč tvaru obdélníka. Jsou na něm dvě polevy - čokoládová (na obrázku vyšrafovaná část) a citrónová (na obrázku bílá část). Víme, že 2 čáry jdou ze středů stran a jedna je úhlopříčka. Jakou část plochy zabírá čokoládová poleva?



[1/3]

31. Kesy uviděl osm po sobě jdoucích chutných přirozených čísel. Jedno číslo snědl, zbylá ovšem stihly utéct. Součet zbylých nesnědených čísel je 2008. Jaké číslo Kesy snědl?

[284]

32. Martinovy náramkové hodinky mají slabou baterii a proto se za hodinu opozdí o čtyři minuty. Martin si je před tři a půl hodinami nastavil na správný čas. Zvony na kostelní věži právě teď odbily dvanáct hodin. Za kolik minut bude dvanáct hodin také na Martinových hodinkách?

[15]

33. Najděte číslo, které končí dvojkou, a přesuneme-li tuto poslední číslici na první místo, dostaneme dvojnásobné číslo.

[105 263 157 894 736 842 nebo i delší]

34. Máme 100 shodných krychlí o hraně 1 cm. Kolik různých kvádrů z nich můžeme sestavit, jestliže chceme vždy použít všechny krychle?

[8]

35. Kolika způsoby je možno na šachovnici postavit 8 věží tak, aby se vzájemně neohrožovaly?

[ $8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$ ]

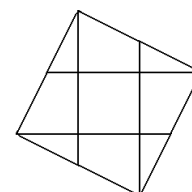
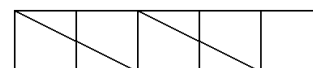
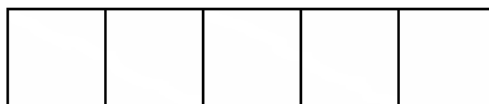
36. V Matrixu se stala chyba. Matrix začal zobrazovat jen třiciferná čísla, a to dokonce v pořadí za sebou bez mezer: 100101102103... 998999. Matrix je na tom dokonce tak špatně, že jedna cifra byla vybarvena červeně. Neo zpozoroval, že to je cifra na 125. pozici čísla. Jaká cifra to byla?

[4]

37. Vypište délky stran všech rovnoramenných trojúhelníků, jejichž obsah je  $1 \text{ cm}^2$  a které mají stranu dlouhou 1 cm.

[jenom jeden trojúhelník:  $\sqrt{17} / 2, \sqrt{17} / 2, 1$ ]

38. Obdélník o rozměrech 1 cm a 5 cm rozdělte na 9 dílů tak, aby se z nich dal sestavit čtverec.



[například na 5 dílů takhle

]