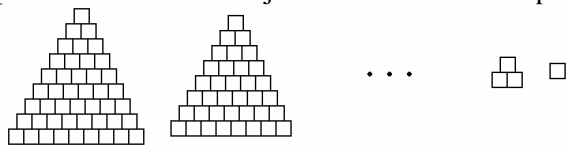


Úlohy soutěže MaSo, 14. května 2008

1. Dva vlaky jedou ze dvou vzdálených měst proti sobě. První jede rychlostí 50 km/h a druhý rychlostí 60 km/h. Jak daleko budou od sebe jednu hodinu před tím, než se potkají?
[110 km]
2. Láďo si napsal všechna přirozená čísla od 1 do 1 000 (včetně 1 a 1 000). Kolik cifer napsal?
[2 893]
3. Dřevěnou krychli s hranou délky 7 cm natřeme na červeno a potom ji rozřežeme na $7 \times 7 \times 7$ krychlí s hranou 1 cm. Kolik kostek bude mít právě dvě červené stěny?
[60]
4. Najděte čtyřciferné číslo, ve kterém první cifra je jedna třetina druhé, třetí je součtem první a druhé, a poslední je trojnásobkem druhé cifry.
[1 349]
5. Čokoláda stojí 12 korun, v každé čokoládě je kupon. Za čtyři kupony dostaneme čokoládu zdarma. Kolik celkem čokolád lze pořídit za 384 korun?
[42]

6. Na louce se páslo stejné množství krav jako hus. Dohromady měly 168 nohou. Kolik krav a kolik hus se páslo?
[28]
7. Ifka poskládala z kostek pyramidu, jejíž podstava má tvar trojúhelníku. Trojúhelník ve spodní vrstvě tvoří řady po 1, 2, ..., 9 kostkách, jak vidíte na obrázku. Trojúhelník v druhé vrstvě je vytvořen podobně řadami po 1, 2, ..., 8 kostkách, atd. až v poslední deváté vrstvě je 1 kostka. Kolik Ifka použila celkem kostek?



8. Kolika nulami končí číslo $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 19 \cdot 20$?
[4]
9. Když bača dělil ovce mezi své syny, řekl jim: „Chci, aby každý z vás osmi dostal stejný počet ovcí a ty zbylé dvě prodejte. Mám přesně devět set dvacet...“. Poslední cifru už nestihl dopovědět. Kolik měl bača ovcí?
[922]
10. Dané číslo zmenšíme o dvě a výsledek vynásobíme dvěma. Když tyto operace zopakujeme ještě třikrát, dostaneme 20. Jaké bylo původní číslo?
[5]
11. Jurko má ve skříni 20 bílých, 14 hnědých, 2 modré a 4 červené ponožky. Ve skříni je tma a Jurko se tmy bojí. Kolik nejmíň ponožek musí Jurko ze skříně vytáhnout, aby měl alespoň jeden pár stejné barvy? Ponožky nerozlišujeme na levé a pravé.
[5]

12. Kouzelník Zbyňa Čarodějný předvádí na každém svém představení jako zlatý hřeb programu následující trik: Náhodně vybranému divákovi z obecnstva dá kartičky, které jsou na obrázku. Pak ho vyzve, aby si vybral jedno přirozené číslo od 1 do 15, a ukázal všechny kartičky, na kterých se to číslo nachází. Kouzelník pak uhádne myšlené číslo tak, že sečte hrubě vyznačená čísla z jednotlivých kartiček. Když si například divák myslí číslo 9, které je na kartičkách 1 a 8, tak Zbyňa uhádne myšlené číslo jako součet $1 + 8 = 9$. Jednou byla z obecnstva vybrána Lubka Nešťastná, která si vybrala své šťastné číslo 13. Tohle číslo je však pro kouzelníka Zbyňu nešťastné, a proto se na kartičkách nenachází. Na kterých kartičkách by mělo být číslo 13?

1	2	4	8
3 5 7	3 6 7 10	5 6 7	9 10 11
9 11 15	11 14 15	12 14 15	12 14 15

[1, 4 a 8]

13. Na stole je 20 velkých kusů papíru. Jedním stříhem rozdělíme libovolný kus papíru na 10 menších kousků. Kolik takových stříhů musíme udělat, abychom získali 2000 kousků papíru?

[220]

14. Davídek běžel určitou trasu rychlostí 10 km/h, zpátky pak stejnou trasu rychlostí 6 km/h. Jaká je jeho průměrná rychlost?

[7,5 km/h]

15. Předpokládejme, že bakterie se množí ve zkumavce dělením tak, že každou minutu se každá bakterie rozpůlí. Takto se za dvě hodiny rozmnožily bakterie tak, že zaplnily celou zkumavku. Za jaký čas zaplní jednu čtvrtinu zkumavky?

[1 hod 58 min]

16. Napište číslo 100 pomocí pěti pětek, závorek a znamének +, −, ×, /.

[např. $(5 + 5 + 5 + 5) \times 5$ nebo $5 \times 5 \times 5 - 5 \times 5$]

17. Čtvrté MaSo se koná ve středu 14. 5. 2008. Kolik přirozených čísel větších než 145 a menších než 2008 je druhou mocninou nějakého celého čísla (tedy i záporného)?

[32]

18. Zvětšením strany čtverce o 1 cm dostaneme větší čtverec, jehož plocha je o 111 cm^2 větší než plocha původního čtverce. Jak velká byla strana původního čtverce?

[55 cm]

19. Ve třídě studuje 30 žáků. Jedničku z matematiky má 16 žáků, čtyřku tři a bohužel dva neprospěli. Průměr známek všech žáků z matematiky je 1,9. Kolik je ve třídě dvojkařů a kolik trojkařů v matematice?

[8 dvojkařů, 1 trojkař]

20. V nepřestupném roce je jeden zajímavý den: Když napíšete číslo dne v měsíci a číslo měsíce za sebe jako jedno číslo, dostanete číslo, které určuje právě pořadí tohoto dne v roce. Příklad: 16. 10. není 1 610. den v roce. Najděte tento den.

[26. 9.]

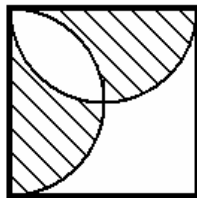
21. Na jedné boční stěně domu, který má dvě podlaží, jsou v každém podlaží čtyři okna. V každém podlaží svítí právě dvě okna. Z každých dvou oken nad sebou svítí právě jedno. Určete, kolik takových možností vysvícení existuje.

[6]

22. Jurko si nalil plnou skleničku džusu, vypil $1/2$ obsahu skleničky. Pak skleničku doplnil vodou a opět vypil $1/2$ obsahu skleničky. Pak opět skleničku doplnil vodou a vypil $1/2$ obsahu skleničky. Celkem Jurko pil ze skleničky 5krát. Kolik skleniček džusu a kolik skleniček vody vypil Jurko, jestliže poslední skleničku (pátou) vypil do dna?

[1 pohár džusu a 2 poháre vody]

23. Strana čtverce má velikost 2 cm. Jaká je velikost vyšrafované plochy?



[2 cm²]

24. Golfový robot Honza se dá nastavit tak, aby odpaloval míčky na dvě různé vzdálenosti (např. ho můžeme nastavit na vzdálenosti 4 a 10 metrů, pak si poradí s jamkou ve vzdálenosti 18 metrů, protože $18 = 10 + 4 + 4$, a to na 3 údery). Honza odpaluje vždy přímým směrem k jamce. Golfové hřiště v Zlámané Lhotě má 9 jamek, které jsou od sebe vzdálené 150, 300, 250, 325, 275, 350, 225, 400 a 425 metrů. Honzu nelze mezi jednotlivými jamkami přenastavit. Jak máme Honzu nastavit, aby celé hřiště odehrál na míň než 38 odpalů? Najděte alespoň jedno řešení.

[více řešení: 25 a 100, 25 a 125, 50 a 125, 75 a 100, 75 a 125, nebo najde někdo další?]

25. Podnikatel rozdělil měsíční příjem na čtyři díly a to takto: jeden díl se rovnal jedné dvanáctině měsíčního příjmu. Druhý byl dvakrát větší než první. Třetí byl 1,5krát větší než druhý a čtvrtý byl 24 000 Kč. Jaký byl měsíční příjem podnikatele?

[48 000]

26. Vlaková souprava Pendolino se na trase Praha - Bratislava pohybovala rychlostí 155 km/h. Ještě před vjezdem do tunelu délky 465 metrů zpomalila na 108 km/h. Doba od vjezdu prvního vozu do tunelu do opuštění tunelu posledním pátým vozem je 20 sekund. Jaká je délka jednoho vozu vlaku?

[27 m]

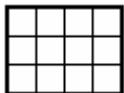
27. Na střeše divadla se potkali dva přátelé. Jeden z nich se nedávno znova oženil a vzal si mladší manželku. Druhý přítel se ho ptá, kolik mají vlastně roků? Novomanžel odpovídá stručně: když sečteš počet sedadel v divadle, dostaneš můj věk. Když sčítáš počet řad a počet sedadel v jedné řadě, dostaneš věk mojí manželky. Když přehodíš číslice v mém věku, dostaneš věk mojí manželky. Když přítel věděl, že novomanžel není starší než 94 roků, určil oba věky bez toho, aby se podíval do divadla. Kolik měl každý z manželů roků?

[18 a 81 roků nebo 17 a 72 roků]

28. Jaké číslo musíme odečíst od čísla 250, aby výsledné číslo bylo osminásobkem čísla 25?

[50]

29. Určete počet různých obdélníků (včetně čtverců) v obdélníkové šachovnici 3×4 .



[60]

30. Určete největší a nejmenší šesticiferné číslo dělitelné osmnácti, které vznikne doplněním chybějících cifer místo hvězdiček:

7 1 * 8 4 *

[718 848, 711 846]

31. Peťo šel po cestě. Když se zastavil, tak auta kolem něho projížděla každých 8 sekund. Když šel, tak to bylo každých 10 sekund. Peťo si změřil, jak rychle jde, a naměřil 2 metry za sekundu. Jakou rychlostí jezdí auta?

[10 m/s]

32. Kolika způsoby se dají ve čtverci 4×4 označit 4 políčka tak, aby v každém řádku, sloupci i na každé úhlopříčce bylo právě 1 označené políčko?

[8]

33. Kačerům se pokazil budík. Nejenže odpadla malá ručička, ale i velká se chová divně. Hodinu se nehýbe a po uplynutí této hodiny přeskočí o 100 stupňů vždy stejným směrem. Teď ručička ukazuje k číslu 12. Za kolik hodin bude ručička poprvé opět směřovat k číslu 12?

[za 18 hod]

34. Najděte nejmenší takové číslo, které po dělení 5 dává zbytek 4, po dělení 4 dává zbytek 3, po dělení 3 dává zbytek 2 a po dělení 2 dává zbytek 1.

[59]

35. Na planetě Jupiter mají čísla následující vlastnosti. Číslo je veselé, když je dělitelné 9 nebo 13. Je smutné, když je dělitelné 12. Je hladové, když má alespoň jednu nulu. Je malé, když je dvojciferné. A je velké, když je trojciferné a menší než 200. Jaký obsah může mít obdélník, kterého šířka (v centimetrech) je malá, smutná a hladová, délka je velká, veselá a hladová, a obvod je také hladový? Najděte alespoň jedno řešení.

[7 800 (= 60 × 130) nebo 10 800 (= 60 × 180)]

36. Spojte 16 bodů na obrázku jedním tahem šesti úsečkami tak, aby každý bod byl protnut.



[&]

37. Do čtverce 4×4 vepište čísla 1, 2, ..., 16 tak, aby součty ve sloupcích byly liché, součty v řádcích a úhlopříčkách byly sudé a zároveň všechny tyto součty byly čísla mezi 30 a 38.

[&]

38. Na stole byla jablka. Přišla Aneta a snědla z nich polovinu. Poté Bohuš snědl třetinu ze zbytku, Cyril čtvrtinu ze zbytku, Dano pětinu atd. Až nakonec jako dvacátý šestý v pořadí přišel Zbyňka a sebral $1/27$ ze zbytku jablek. Potom zůstalo na stole už jenom 78 jablek. Kolik jablek bylo na stole na začátku?

[2 106]

39. Najděte čtyřciferné číslo, jehož všechny cifry jsou různé, a když ho třikrát vydělíme jeho ciferným součtem, dostaneme tento ciferný součet.

[2 401]

40. Odvěsna pravoúhlého trojúhelníka je 7 cm. Určete jeho obvod a obsah, je-li známo, že délky všech stran jsou vyjádřeny přirozenými čísly.

[obvod 56 cm a obsah 84 cm^2 , strany trojúhelníka 7, 24 a 25 cm]

41. Jaká je nejmenší šachovnice, na kterou lze rozmístit 20 pěšců tak, aby všichni měli stejnou vzdálenost od krále stojícího uprostřed šachovnice? Vzdáleností se myslí minimální počet tahů krále, který je potřebný k dosažení daného políčka.

[7 × 7]

42. Johnny napsal čtyři bezprostředně za sebou následující číslíce různé od nuly. Když zaměnil pořadí prvních dvou číslí, dostal čtyřciferné číslo, které je součinem dvou stejných přirozených čísel. Jaké číslo si Johnny napsal?

[4 356]

43. U nákladního automobilu se pneumatiky na předních kolech opotřebují po 15 000 km, na zadních - dvojitých kolech po 20 000 km. Řidič právě nakoupil soupravu šesti nových pneumatik. Kolik kilometrů maximálně může na nich naježdit? Pneumatiky může mezi koly měnit.

[18 000 km]