Úlohy soutěže MaSo, 23. listopadu 2007

1. Jednou v noci král Honza III. Hrozný nemohl spát, a proto šel do královské kuchyně, kde našel balíček lupínků. Snědl 1/8 lupínků. Za chvíli přišla hladová královna a snědla 1/6 zbývajících lupínků. Později přišla do kuchyně princezna a snědla 1/7 z lupínků, které zůstaly. Potom přišel princ, který snědl 1/5 zbytku. Později jeho pes ukradl 1/4 zbývajících lupínků. Kdo snědl nejvíc lupínků?

[královna]

2. Trojúhelník má obvod menší než 200 cm. Jedna jeho strana má délku 10 cm, druhá strana je dlouhá jako polovina délky třetí strany. Délky stran jsou vyjádřeny celočíselně v centimetrech. Kolik takových různých trojúhelníků existuje?

[6]

3. V místnosti byli čtyři kluci. Každý měl před sebou čtyři autíčka. Chuck měl autíčka značek: Volvo, BMW, Škoda, Fiat. Jejich barvy byly zelená, bílá, žlutá a černá, ne nutně v tomhle pořadí. Harry měl autíčka těchto značek: Citroen, Fiat, Ford, Volvo a těchto barev: bílá, modrá, červená, černá, ne nutně v tomhle pořadí. Clarke měl tato autíčka: BMW, Fiat, Ford, Volkswagen a ta měla tyto barvy: bílá, fialová, modrá, zelená, ne nutně v tomhle pořadí. Robin měl Škodu, BMW, Citroen, Volkswagen. Autíčka stejné značky měla stejnou barvu. Určete barvy Robinových autíček.

[červená, fialová, zelená, žlutá]

4. Ve škole je 425 žáků, z toho je 16 % děvčat. Tuhle školu museli zavřít a všechny žáky přesunout do jiné školy. V té bylo z 1250 žáků 56 % kluků. Kolik procent děvčat je ve druhé škole teď? Zaokrouhlete na celá procenta.

[37 %]

5. Vytvoř si svůj vlastní magický čtverec! Dopiš do tabulky různá přirozená čísla tak, aby ve všech řádcích, sloupcích i na úhlopříčkách byl součet čísel 63.

[více řešení]

6. Zápas ve vodním pólu družstva Matfyzu v červených čepicích proti družstvu Filozofické fakulty v modrých čepicích skončil výsledkem 4:3. Kolik existuje různých průběhů zápasu? Například jeden průběh s tímhle výsledkem může být: 0:1, 0:2, 1:2, 1:3, 2:3, 3:3, 4:3.

[35]

7. Když prodloužíme jednu hranu kvádru o 2 dm, zvětší se jeho objem o 108 dm^3. Když prodloužíme pouze druhou hranu o 2 dm, zvětší se jeho objem o 48 dm^3. A když o 2 dm prodloužíme jenom třetí hranu, zvětší se jeho objem o 72 dm^3. Jaké jsou rozměry kvádru?

[4 dm, 9 dm a 6 dm]

8. Z čísla 9 853 412 606 539 vyškrtněte jednu nebo víc číslic tak, aby jste dostali co největší číslo dělitelné devítkou.

[98 534 260 539 (9 853 4X2 60X 539)]

9. Vypočtěte obsah rovnoběžníku *ABCD*, jestliže souřadnice jeho vrcholů v souřadné soustavě jsou: $A = [-1, -2]$, $B = [3, -2]$, $C = [2, 3]$, $D = [-2, 3]$.

[20]

10. Kolika nulami končí součin prvních 20 prvočísel?

[1]

11. Nakreslete jednu přímku a jeden čtyřúhelník tak, aby přímka rozdělovala čtyřúhelník na tři trojúhelníky.

[například libovolný nekonvexní čtyřúhelník]

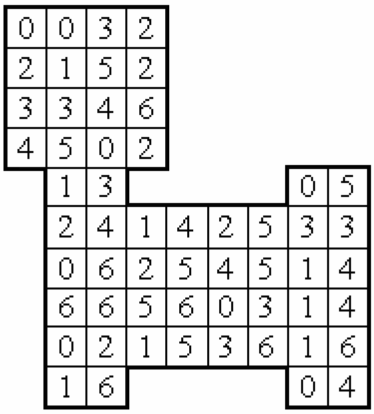
12. Jak dlouhou dráhu uběhne vrchol sekundové ručičky hodin za 24 hodin a 5 minut, pokud její délka je 10 cm?

[28 900π cm ≈ 90 800 cm]

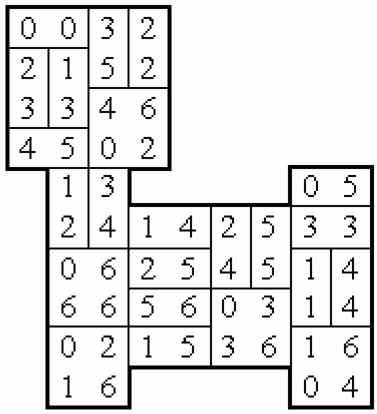
13. Kolik nejméně průsečíků může mít 17 přímek v rovině? A kolik nejvíce?

[nejméně 0 a nejvíce 136]

14. Láďo si jednou hrál s jednou sadou dominových kostiček a skládal z ní různé útvary. Jednou si takový útvar zakreslil, zapomněl ale vyznačit hranice kostiček. Pomozte mu najít hranice kostiček. (Pokud nevíte, jak vypadá jedna kompletní sada dominových kostiček, zeptejte se organizátorů.)



[

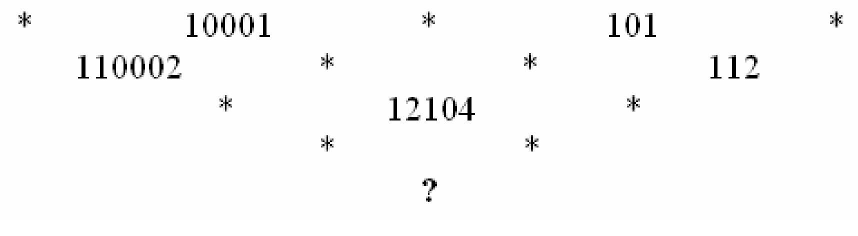


v nevyznačených kostičkách je více řešení]

15. Napište číslo 100 pomocí 5 stejných cifer a pomocí plus, mínus, krát, děleno a závorek.

[například (5 + 5 + 5 + 5) × 5]

16. Hvězdičky a otazník označují čísla tak, že každé číslo je součtem dvou čísel stojících nad ním. Jaké číslo je na místě otazníku?



[146 426]

17. Jaký poloměr má mít podstava válce, jehož povrch je roven 100π cm^2 a jehož výška je rovna poloměru jeho podstavy?

[5 cm]

18. Inspektor Colombo rád cvičí budoucí detektivy logickými hrami. Proto jednou vymyslel čtyřpísmenné slovo. Mladí detektivové měli uhodnout, jaké slovo to je. Postupně říkali čtyřpísmenná slovíčka a Colombo jim řekl počet zásahů. Za zásah se považuje správné písmenko na správné pozici. Pokud se správné písmenko nachází na jiné pozici než v Colombově slově, nepovažuje se to za zásah. Tady jsou jejich pokusy: *LOMY* (2 zásahy), *HUPS* (0 zásahů), *LASO* (2 zásahy) a *GUMA* (2 zásahy). Jaké slovo si Colombo myslel?

[*LAMA*]

19. Honza jel k babičce na kole. Když projel čtvrtinu cesty a jeden kilometr, dostal defekt na předním kole. Opravil ho a pokračoval. Když projel polovinu zbytku cesty a jeden kilometr, dostal defekt na zadním kole. Opravil ho a zbývající tři kilometry už ujel bez poruchy. Jak daleko bydlí Honzova babička?

[12 km]

20. Nalezněte pětimístné číslo *A* takové, že podíl *(A1:1A)* je roven 3. Číslo *A1* je šestimístné číslo, které vzniklo z čísla *A* připsáním cifry 1 dozadu a číslo *1A* je rovněž šestimístné číslo a vzniklo připsáním cifry 1 dopředu.

[42 857]

21. Na mikulášský večírek se objednalo 60 mandarinek a 24 čokolád. Potřebujeme připravit co nejvíce balíčků tak, aby byl obsah všech balíčků stejný. Kolik kusů ovoce bude v každém balíčku?

[5 kusů ovoce (mandarinek)]

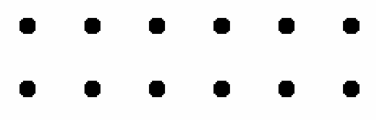
22. Vypočtěte délku lomené čáry *ABCD*, jestliže souřadnice bodů *A*, *B*, *C*, *D* v souřadné soustavě jsou: $A = [\,1, 3]$, $B = [\,4, 3]$, $C = [\,4, 0]$, $D = [\,0, 0]$.

[10]

23. Čerstvé houby obsahují 90 % vody. Kolik procent vody obsahuje 2 kg hub, které jsme získali usušením 10 kg čerstvých hub?

[50 % vody]

24. Kolik existuje rovnoramenných trojúhelníků, jejichž vrcholy leží v některých z 12 vyznačených bodů?



[32]

25. Vstupenky na dětské představení do divadla stály 20 Kč pro děti a 55 Kč pro dospělé. Na vstupném bylo vybráno 1656 Kč. Kolik dětí a kolik dospělých bylo v divadle?

[úloha nemá řešení]

26. Písmena X a Y označují neznáme cifry. Najděte nejmenší pěticiferné číslo tvaru $X141Y$, které je dělitelné číslem 24.

[31 416]

27. Cestovatel se dostal do oblasti, kde rozdíl mezi denní a noční teplotou je tak velký, že se to projeví i na chodu hodinek. Ve dne se předběhnou o půl minuty, kdežto v noci se o třetinu minuty zpozdí. Ráno 1. května ukazovaly správný čas. Kterého dne půjdou napřed o pět minut?

[28. května (večer)]

28. Ifka koupila v potravinách dva delikátní bonbóny a tři velmi lahodné čokolády. Kdyby koupila tři bonbóny a dvě čokolády, ušetřila by 4,50 €. Pět čokolád a dva bonbóny dohromady stojí 50,50 €. Kolik by Ifka zaplatila za čtyři bonbóny a jednu čokoládu?

[24,50 €]

29. Zbyňa našel na ulici jehlan, který má sedmnáct stěn. Kolik má hran?

[32 hran]

30. V krajině Masácko je nezaměstnanost 12 %. V hlavním městě oSaM jsou nezaměstnaná 4 % jeho obyvatel. Ve zbývající části krajiny je nezaměstnáno 14 % obyvatel. Kolik procent obyvatel Masácka žije v hlavním městě?

[20 %]

31. Viktor Emanuel ukončil svou hereckou kariéru. Nemá doma co dělat, tak si maluje. Jednou narýsoval dvě různé kružnice a tři různé přímky. Poté vytáhl pastelky a vyznačil všechny body, ve kterých se libovolné dva útvary protínají. Kolik nejvíc barevných bodů mohl dostat?

[17]

32. Strýc Těžký měl problémy s hmotností. Vážil 117 kg. Lékař mu předepsal dvě červené a tři žluté tabletky. Po červené ztratí čtvrtinu hmotnosti, po užití žluté přibere 11 kg. V jakém pořadí má tabletky sníst, aby vážil přesně 94 kg, což je jeho ideální hmotnost? Paní Bláznivá vážila 53 kg a myslela si, že je tlustá. Když viděla, jak strýc Těžký po tabletkách zhubl, koupila si ty samé a snědla je ve stejném pořadí jako on. Jak se změnila její hmotnost?

[žlutá, červená, červená, žlutá, žlutá. Přibrala o 5 kg]

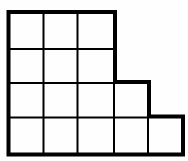
33. Existuje právě 24 čtyřciferných čísel, které obsahují každou z cifer 2, 4, 5 a 7 právě jednou. Ale pouze jedno z těchto čísel je celočíselným násobkem jiného z nich. Najděte tuhle dvojici čísel.

[2475 a 7425 (2475 × 3 = 7425)]

34. Dvě třetiny lidí v místnosti sedí na židlích, ostatní stojí. Tři čtvrtiny židlí v místnosti jsou obsazeny. Kolik je lidí v místnosti, pokud je volných šest židlí?

[27 lidí]

35. Rozděl útvar na obrázku na tři části, které mají stejný tvar i velkost.



36. Svatopluk měl víc než 50 a méně než 100 proutků. Když je posvazoval do svazků po devíti, chyběl mu (v posledním svazku) jeden proutek. Kdyby proutky posvazoval po sedmi, zůstal by mu jeden proutek. Kolik proutků měl Svatopluk?

[71]

37. Na okruhu dlouhém 330 km se konala soutěž motocyklů. Byla rozdělená na několik etap, přičemž každá etapa začínala v místě, kde předcházející etapa skončila a motocyklisti pokračovali v jízdě stejným směrem. Každá etapa měřila přesně 75 km. Nejméně kolik muselo být etap, aby start i cíl mohly být v jednom místě okruhu?

[22]

38. V roce 1980 byly v lednu právě 4 pondělky a právě 4 pátky. Jaký den v týdnu byl 1. ledna?

[úterý]

39. Aneta, Ľubka, Peťo, Láďo, Kesy a Honza jsou věkově uspořádáni v tomto pořadí, přitom každý je vždy o čtyři roky starší než ten bezprostředně mladší. Honza je třikrát starší než Aneta. Kolik je Anetě let?

[10]

40. Strom vrhá stín o délce 16 metrů. Dva metry dlouhá tyč vrhá stín dlouhý 3,2 metrů. Jakou výšku v metrech má strom?

[10 m]

41. Dánským oblíbeným dopravním prostředkem je jízdní kolo. Na kole jezdí Dánové do práce, na drobné nákupy, na návštěvy, ale i na dlouhé výlety. Erik se rozhodl, že navštíví svou tetu, která je zaměstnaná v podniku, kde se vyrábí lék na diabetes, jehož je Dánsko největším výrobcem. Zavolal jí a domluvil se, kdy má přijet. Než další den vyjel, začal uvažovat, že když pojede stálou rychlostí 15 km/h, dojede k tetě o hodinu dřív, a když by jel stálou rychlostí 10 km/h, bude mít hodinové zpoždění. Jakou stálou rychlostí by musel Erik jet, aby přijel k tetě včas?

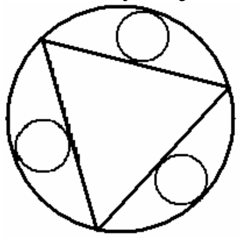
[12 km/h]

42. V následující tabulce spojte levý horní roh s pravým dolním rohem lomenou čarou tak, aby součet čísel, kterými prochází, byl roven 100. Postupovat smíte pouze zleva doprava a shora dolů. Například součet čísel, kterými prochází vyznačená lomená čára je 144.

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

[více řešení]

43. Do kružnice o průměru 24 cm je vepsán rovnostranný trojúhelník. Jaký je poloměr tří malých kružnic?



[3 cm]

44. Letecká společnost přepravuje zavazadla každého cestujícího do určité hmotnosti zdarma. Za každý další kilogram se však platí určitý poplatek. Dva manželé měli dva stejné kufry, z nichž každý měl hmotnost 30 kg, zaplatili dohromady 15 €. Ale dobrodruh, který měl dva stejně těžké kufry jako manželé musel doplatit 45 €. Do jaké hmotnosti přepravuje společnost zavazadla bez poplatků?

[24 kg]

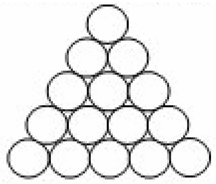
45. V klobouku je 42 modrých, 12 červených, jedna zelená a 37 černých kuliček. Kolik nejméně kuliček musíme z klobouku vytáhnout, abychom měli jistotu, že mezi vytáhnutými bude alespoň: a) 1 červená a 2 modré, b) 3 černé, c) 1 zelená? Při vytahování kuliček se na ně nedíváme.

[a) 81, b) 58, c) 92]

46. Máme dvě čísla, jedno větší než druhé. Když odečteme od každého polovinu menšího čísla, bude zbývající část většího čísla třikrát vetší než zbývající část menšího čísla. Kolikrát je nezmenšené větší číslo větší než nezmenšené menší číslo?

[dvakrát]

47. Během stavebních prací se rozsypala kovová potrubí. Původní situace je znázorněna na obrázku. Průměr jednoho potrubí je 1 metr. Jakou výšku má „stavba“ na obrázku?



[2 × odmocnina(3) + 1]

48. Ufoni během jedné ze svých návštěv Země vytvořili na poli pravidelný mnohoúhelník v obilí. Zajímavé bylo, že v něm vyznačili všechny úhlopříčky, kterých bylo 4850. Kolik stran měl tento mnohoúhelník?

[100 stran]

49. Na jedné škole učí tři učitelé: Čáp, Havran a Straka. Každý z nich učí dva z následujících předmětů: čeština, ruština, angličtina, matematika, dějepis a zeměpis. Žádní dva učitelé neučí stejný předmět.

a) Čáp pozval oba své kolegy, matikáře a češtináře, na oslavu svých narozenin.
b) Zeměpisec bydlí nedaleko ruštináře.
c) Všichni tři, Straka, češtinář i ruštinář, jezdí spolu na výlety.
d) Matikář je lepší fotbalista než oba jeho kolegové, Čáp a angličtinář.
Který učitel učí který předmět?

[Čáp ruštinu a němčinu, Havran češtinu a angličtinu, Straka matematiku a zeměpis]

50. Najděte nejmenší takové číslo, pro které platí následující: po dělení trojkou zůstane zbytek 1, po dělení čtyřkou zůstane zbytek 2, po dělení pětkou zůstane zbytek 3 a po dělení šestkou zůstane zbytek 4.

[58]

51. V dubnu jednoho roku byly tři soboty s lichým číslem dne v měsíci. Jaký byl 20. den v tomto měsíci?

[čtvrtek]

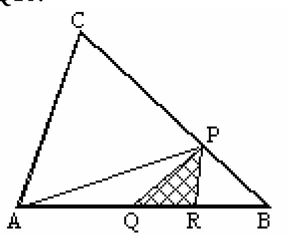
52. „Krátky slovník slovenského jazyka“ má devět svazků. Tyto svazky jsou uloženy na dvou policích. Na horní polici jsou svazky s čísly 9, 7, 6, 2 a na dolní polici jsou svazky s čísly 8, 5, 4, 3, 1 (jednotlivé svazky nemůžeme mezi policemi vyměňovat). Kolika způsoby můžeme uložit svazky na police tak, aby číslo, které vznikne z čísel svazků na horní polici, bylo pětinou čísla, které vznikne podobným způsobem na spodní polici, a které to jsou?

[šest (pouze pro informaci: 9627/48135, 7629/38145, 6297/31485, 2967/14835, 2769/13845, 2697/13485)]

53. Většina studentů Matfyzu bydlí na koleji Trója. V budově A je v každém patře stejný počet pokojů. Pokoje jsou číslované postupně od pokoje číslo jedna, který je na prvním patře. Pokoj 123 je na šestém patře, pokoj 234 na desátém patře. Kolik pokojů je v každém patře budovy A?

[24]

54. Uvnitř trojúhelníku *ABC* jsme vytvořili trojúhelník *PQR* následujícím způsobem. Bod *Q* je středem úsečky *AB*, bod *R* je středem úsečky *QB* a bod *P* leží ve třetině délky úsečky *BC* (blíže k bodu *B*). Jakou část trojúhelníku *ABC* tvoří trojúhelník *PQR*?



[1/12]

55. Každý prázdný čtverec obsahuje právě jedno číslo z 1, 2, 3, … 11. Jaká čísla musíme doplnit na políčka *A* a *B*, pokud musí platit všechny vodorovné a svislé rovnice a každé číslo může být použito právě jednou?

A	x		+		=	
+	⊠	÷	⊠	+	⊠	⊠
	x	B	–		=	
=	⊠	=	⊠	=	⊠	⊠
	⊠		⊠		⊠	⊠

[*A* = 1, *B* = 2]