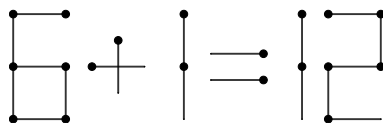

Příklad 1:**Řešení:** $5 + 7 = 12$

Přesuňte právě jednu sirku tak, aby vznikla platná rovnice. Se znaménkem $=$ je zakázáno manipulovat, nelze tedy tvořit symboly $\neq$, $\leq$, $\geq$ a podobně.



Příklad 2:**Řešení:** $5 \times (4 + 8) - 5 \times 3 = 45$

Doplňte jeden pár závorek tak, aby platila následující rovnost:

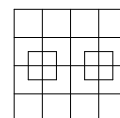
$$5 \times 4 + 8 - 5 \times 3 = 45$$

Příklad 3:**Řešení:** 80 (let)

Dědeček strávil $\frac{1}{4}$ života ve škole, $\frac{3}{5}$ v zaměstnání a posledních 12 let je v důchodu. Kolik let je dědečkovi?

Příklad 4:**Řešení:** 40

Kolik čtverců je na obrázku?



Příklad 5:**Řešení:** 260 (g)

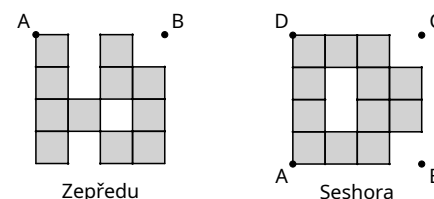
Anežka kupuje kamarádce Lucce směs oříšků k narozeninám. Vybraná směs obsahuje mandle v čokoládě a lískové oříšky v karamelu v poměru hmotnosti 1 : 4. Kolik gramů lískových oříšků v karamelu obsahuje balíček o hmotnosti 325 g?

Příklad 6:**Řešení:** 22krát

Honza hraje Lodě proti počítači. Za každou výhru získá 80 bodů, za každou prohru naopak 50 bodů ztratí. Do základu dostal 350 bodů. Kolikrát už Honza vyhrál, jestliže má teď 2010 bodů a prohrál zatím pouze dvakrát?

Příklad 7:**Řešení:** 36

Hynek sestavil ze stejných dřevěných krychliček následující útvar. Krychličky mohl lepit k sobě, ale žádná nevisí ve vzduchu. Na obrázku níže máme pohled na útvar zepředu a seshora. Prázdné místo značí, že skrz celý útvar je vidět, zatímco tmavé místo značí, že náš pohled skrz blokuje alespoň jedna krychlička. Z kolika nejvíce krychliček se může tento útvar skládat?



Příklad 8:**Řešení:** $\frac{381}{2}$; 190,5 (cm)

Dle statistik amerického hokejového klubu Boston Bruins je český hokejista Pavel Zacha vysoký 6 stop a 3 palce. Kolik Pavel Zacha měří v centimetrech, je-li jeden palec dlouhý 2,54 cm a do stopy se vejde 12 palců?

Příklad 9:**Řešení:** 9

V Tramtárii mají pouze mince hodnot 1, 3 a 17 Kt (Korun tramtarijských). Kolika nejméně mincemi můžeme zaplatit za čokoládový dortík v hodnotě 81 Kt?

Příklad 10:**Řešení:** 24 (km)

Patrik a Šimon se rozhodli, že během 4 dnů ujdou 100 km. Druhý den ušli dvakrát více kilometrů než první den. Třetí den trochu odpočívali, takže ušli o 14 km méně než druhý den. Poslední den ušli o 6 km více než první den a tím ušli vysněných 100 km. Kolik km ušli poslední den?

Příklad 11:**Řešení:** 57

Hugo připravil 8 mističek a sáček bonbonů. Pak dal svému bratrovi za úkol každý bonbon umístit do některé z mističek. Při tom se s bratrem vsadil, že vždycky najde mističku, kde bude alespoň 8 bonbonů. Kolik nejméně bonbonů musí být v sáčku, aby Hugo sázku vždy vyhrál?

Příklad 12:**Řešení:** 2 (cm)

Průměrné zebří mládě měří na délku 1,2 metru a má na jednom boku 40 pruhů. Dospělá zebra je dvakrát delší, ale má na boku jen o 8 pruhů více. O kolik cm je širší jeden pruh dospělé zebry než zebřího mláděte?

Předpokládejme, že všechny pruhy mají stejnou šířku a jsou pravidelně rozmístěné po celé délce zebry. Pruhy se za sebou střídají v barvách černá a bílá.

Příklad 13:**Řešení:** 48

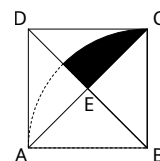
Evžen zakresluje body do čtvercové sítě se souřadnicemi. Bod M má souřadnice $[1, 4]$, bod A $[9, -11]$ a bod T $[9, 10]$. Určete obvod trojúhelníku MAT .

Příklad 14:**Řešení:** 24

Helča a Tomáš vybírají svatební dort. Cukrárna nabízí těchto šest příchutí dortu: čokoládový, vanilkový, karamelový, jahodový, pistáciový a borůvkový. Nakonec se rozhodli, že pořídí trojpatrový dort a že každé patro bude mít jinou chuť. Helča by chtěla jedno patro jahodové, Tomáš jedno patro čokoládové. Kolik různých svatebních dortů splňuje jejich požadavky?

Příklad 15:**Řešení:** $\frac{25\pi-50}{2}$; $\frac{25\pi}{2} - 25$; $12,5\pi - 25$; 14,27 (cm²)**Instrukce:** Uznávej i výsledek 14,25 vzniklý dosazením 3,14 za π .

Na obrázku máme čtverec $ABCD$ a jeho dvě úhlopříčky, které se protínají v bodě E . Dále na obrázku vidíme část kružnice, která má střed v bodě B a prochází body A a C . Víme, že $|AB| = 10$ cm. Určete obsah černě vybarvené plochy v cm².

**Příklad 16:****Řešení:** 840

Na letním táboře byly všechny děti rozdělené do oddílů přesně po 12 dětech. Na celotáborovou hru byly rozdělené do jiných skupinek, vždy přesně po 15 dětech. Skupinky na projekty byly vždy po osmi a na celodenní výlet šly děti ve skupinách po 35 dětech. Kolik nejméně dětí mohlo být na táboře?

Příklad 17:

Řešení: Petr Málek (1.), Míra Sivák (2.), Franta Fojtík (3.), Kuba Janků (4.)

Ve Vranovicích se koná běžecký závod. Účastní se ho čtyři chlapci, dva místní a dva z vedlejších Přibic. Na základě následujících indicií ke každému z nich správně přiřaďte jeho křestní jméno (Franta, Kuba, Míra, Petr), příjmení (Fojtík, Janků, Málek, Sivák) a pořadí, ve kterém doběhl (1 až 4).

- Petr doběhl před oběma závodníky z Přibic.
- Míra má příjmení Sivák.
- Kuba je z Vranovic.
- Janků skončil za oběma chlapci z Přibic.
- Málek se umístil o dvě místa lépe než Franta.

Jako řešení napište celá jména chlapců v pořadí, ve kterém doběhli (od nejlepšího).

Příklad 18:

Řešení: 16

Šestnáct kamarádů se rozhodlo uspořádat turnaj v piškvorkách, kde každý bude hrát proti každému. Jen co turnaj skončil, příběhl Jonáš, že by si chtěl taky zahrát. Proto uspořádali nový turnaj i s Jonášem, kde opět hrál každý proti každému. O kolik více her hráli při druhém turnaji v 17 lidech než při prvním turnaji?

Příklad 19:

Řešení: 13 (dní)

Dva přátelé vyrazili ve stejný den z města *A* na dalekou cestu do města *B*. Ondra každý den ušel sedm mil. Jirka ušel první den jednu míli a každý další den ušel o míli víc. Do města *B* dorazili ve stejný den. Kolik dní jim trvala cesta?

Příklad 20:

Řešení: 14 (Kč)

Hanzalína si kupuje u stánku Kofolu. Když porovnála cenu velké (5 dl) za 49 Kč a malé (3 dl) za 35 Kč, vyšlo jí, že by si měla určitě koupit velkou, jelikož na jeden dl nápoje je levnější než malá. Při konzumaci své Kofoly došla k závěru, že provozovatel stánku si asi do ceny účtuje poplatek za obsluhu a mytí sklenice, který bude u velké i malé Kofoly stejný. Jak velký je tento servisní poplatek, aby cena 1 dl Kofoly u obou velikostí sklenice opravdu vyšla nastejno?

Příklad 21:

Řešení: 24

Maruška zadala Petrovi následující hádanku: „Myslím si dvojciferné číslo. Když k tomuto číslu zleva připišu číslici tři a takto získané trojiciferné číslo vynásobím dvěma, získám 27násobek mého původního čísla.“ Jaké číslo si Maruška myslí?

Příklad 22:

Řešení: 1662

Instrukce: Věřislav a Slávek jsou tatáž osoba.

Věřislav vlastní zajímavé hodiny s kukačkou. Každou hodinu kukačka zakuká tolikrát, kolik je aktuální hodina. Jakmile nastane půl nějaké hodiny, kukačka kuká o polovinu méně (zaokrouhleno nahoru na celá čísla), než je aktuální hodina. Například v 17:30 kukačka zakuká devětkrát, jelikož $17/2 \doteq 9$. Kukačka dodržuje 24hodinový formát a o půlnoci v 00:00 nekuká.

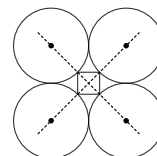
Heřmanka Slávkově kukačce nevěřila, a tak spočítala všechna kukání od 12:27 v pondělí do 11:27 v pátek. Kolik kukání napočítala?

Příklad 23:**Řešení:** 180 (Kč)

28 žáků 2.B a 2 učitelé si koupili vstupenky do ZOO. Dětská vstupenka, kterou si koupili všichni žáci, je o 60 Kč levnější než dospělá, kterou si koupili učitelé. Průměrně za vstupenku zaplatili 124 Kč. Kolik Kč stála dospělá vstupenka?

Příklad 24:**Řešení:** $6 - 4\sqrt{2}$; 0,34 (m²)

Máme čtyři kružnice, každou o poloměru 1 m. Mezi ně je vepsán čtverec jako na obrázku. Jaký je obsah tohoto čtverce v m²?



Příklad 25:**Řešení:** Eliška 2. března, Jitka 23. dubna, Marek 12. července, Richard 11. srpna**Instrukce:** Uznávej i s čísly měsíců (Eliška 2. 3., Jitka 23. 4., Marek 12. 7., Richard 11. 8.).

Čtyři kamarádi Eliška, Jitka, Marek a Richard si povídají o svých narozeninách. Mají je v březnu, dubnu, červenci a srpnu. Slaví je 2., 11., 12. a 23. den v měsíci. Víme, že:

- Marek se narodil o letních prázdninách.
- Měsíc Jitčiny narozenin není prvočíslo.
- Richardovo datum narození neobsahuje číslici 2.
- Markův den narozenin není prvočíslo.
- Jitky den narozenin je součtem dnů narozenin dvou z jejích kamarádů.
- Richard není jen poslední v abecedě, ale slaví narozeniny i nejpozději v roce.

Určete, kdo slaví který den a měsíc. Narozeniny seřadte od začátku do konce roku (od 1. ledna do 31. prosince).

Příklad 26:**Řešení:** 64

Planeta Uran má 4× větší poloměr než Země. Budeme-li předpokládat, že obě planety jsou dokonalé koule, kolikrát větší je objem Uranu oproti Zemi? Vzoreček pro výpočet objemu koule je $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Příklad 27:**Řešení:** 47

Mějme tři kladná celá čísla a , b a c . Platí, že $3a = 4b = 5c$. Jaké nejmenší hodnoty může nabývat výraz $a + b + c$?

Příklad 28:**Řešení:** 100 (Kč)

Anička si chce koupit nové brýle. Má vybraná skla a obroučky v celkové ceně 7 500 Kč. K tomu ještě dostane slevu tolik procent, kolik je jí let, což je zatím 24. Ale pokud by si šla brýle koupit až v lednu, už by jí bylo 25 a tedy by měla větší slevu. Na druhou stranu ji v obchodě varovali, že brýle po Novém roce zdraží. O kolik korun nejvýše můžou brýle zdražit, aby byl nákup v lednu výhodnější nebo stejně výhodný?

Příklad 29:**Řešení:** $\frac{55}{2}$; 27,5 (cm²)

Na obrázku jsou vedle sebe 3 obdélníky. U dvou známe jejich obsah (v cm²). Dále víme, že $a + b = 9$ cm a $b + c = 12$ cm. Jaký je obsah prostředního obdélníku v cm²?

a	b	c
22	?	38,5

Příklad 30:

Řešení: 1404 a 1872

Bětka vymýšlí matematickou úlohu. Hodilo by se jí do ní číslo, které je dělitelné beze zbytku 36 a 78. Navíc by chtěla, aby toto číslo bylo větší než 1000, ale menší než 2000. Určete všechna čísla vhodná do Bětčiny úlohy.

Příklad 31:

Řešení: 2, 2, 2, 2

Instrukce: Pokud účastník přinese řešení v podobě součtu (8), upozorni ho, že hledáme hodnotu jednotlivých proměnných.

Mějme 4 celá kladná čísla w, x, y, z , pro která platí

$$w^2 + x^2 + y^2 + z^2 = w \cdot x \cdot y \cdot z.$$

Nalezněte čísla w, x, y, z taková, pro která je součet $w + x + y + z$ nejmenší.

Příklad 32:

Řešení: 1906

Andělína a Harold v 8:00 začali připravovat třešně na marmeládu. První fáze je umytí a odstranění stopky. Anděla dokáže zpracovat 6 třešní za minutu, zatímco Harďa pouze 2 třešně za minutu. Harold ale během práce přešel na fázi odpeckovávání, ve které zpracuje 15 třešní za minutu. Ve chvíli, kdy Andělína ve 12:30 skončila, Harold si od ní vzal poslední třešň a pak byl také hotov. Kolik třešní připravili?

Příklad 33:

Řešení: Tobiáš 4, Julek 6, Matěj 2, Karla 5, Lili 1, Evženie 3

Šest kamarádů (Tobiáš, Julek, Matěj, Karla, Lili a Evženie) sedí v kroužku s tím, že si budou vyprávět vtipy. Každý si vylosoval lísteček s číslem 1 až 6 (žádní dva nemají stejné číslo). Kdo si vylosoval nejvyšší číslo, bude říkat vtip první, kdo druhé nejvyšší druhý a tak dále. Víme, že:

- Tobiáš si vylosoval číslo o tři vyšší než Lili.
- Číslo, které si vylosoval Julek, se rovná součtu čísel jeho sousedů.
- Matěj sedí mezi Karlou a Evženií.
- Evženie si vylosovala číslo větší než dva.
- Karla říkala vtip jako druhá.

Určete, jaké číslo si vylosoval každý z kamarádů (v pořadí Tobiáš, Julek, Matěj, Karla, Lili a Evženie).

Příklad 34:

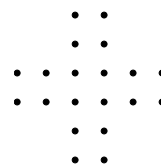
Řešení: $a = 5, b = 3$

Najděte taková celá kladná čísla a a b , aby platilo $(a^a : a^b) \cdot (b^a : b^b) = 225$.

Příklad 35:

Řešení: 21

Na obrázku máme 20 bodů rozmístěných do tvaru kříže. Kolik existuje různých čtverců, jejichž všechny 4 vrcholy leží ve vyznačených bodech?



Příklad 36:

Řešení: $2000 \textcircled{*}^{\frac{1}{3}} \cdot \textcircled{\cap} \cdot \textcircled{*}^{\frac{1}{3}}$

Instrukce: Správné pořadí jednotek je součástí správného řešení.

V Jantării (která se od Tramtárie odtrhla v roce 1996) nahrazují soustavu SI novou soustavou s novými jednotkami. Platí, že $1 \textcircled{*} = 4 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $1 \textcircled{\cap} = 5 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$, $1 \textcircled{*} = 250 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ a přesně v tomto pořadí se používají v zápisu dalších jednotek. Jak se v této soustavě zapíše $100 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$?

Příklad 37:**Řešení:** 133 800 (Kč)

Lukáš bere každý měsíc 75 970 Kč čistého. *Čistá mzda* je částka, která Lukášovi přijde na účet po zaplacení všech daní, pojištění a dalších poplatků.

Podle čisté mzdy můžeme vypočítat, jakou Lukáš bere *hrubou mzdu*. Víme, že zaměstnanec z hrubé mzdy odvádí 7,1 % na sociální pojištění, 4,5 % na zdravotní pojištění a 15 % daně. Z daně mu ale 2 570 Kč bude vráceno. Co zaměstnanci zbyde, je právě čistá mzda.

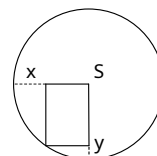
Zaměstnavatel na zaměstnance ale platí částku navýšenou ještě o 9 % na zdravotní a 24,8 % na sociální pojištění ze strany zaměstnavatele (obě se vypočítávají z hrubé mzdy). Jaké jsou tedy celkové měsíční náklady zaměstnavatele za Lukáše, aby bral svou čistou mzdu 75 970 Kč?

Příklad 38:**Řešení:** 22

Organizátoři MaSa se rozhodli, že si zahrají turnaj ve hře Pond, což je hra pro dva hráče. Rozdělili se proto na dvě (ne nutně stejně velké) skupiny a v těch si zahráli turnaj každý s každým. Po konci turnajů ale měli všichni pocit, že si ještě málo zahráli, a tak obě skupiny spojili dohromady a uspořádali jeden velký turnaj opět každý proti každému. Při velkém turnaji se odehrálo o 120 vzájemných zápasů více než při prvních dvou turnajích dohromady. Kolik nejméně bylo všech organizátorů dohromady?

Příklad 39:**Řešení:** 10 (cm)

Božena dostala papír s kružnicí a narysovala do něj obdélník tak, že jeden jeho vrchol ležel ve středu kružnice S a protější vrchol ležel na kružnici. Víme, že velikost čárkované úsečky x je 4 cm a velikost čárkované úsečky y je 2 cm. Určete poloměr kružnice v centimetrech.



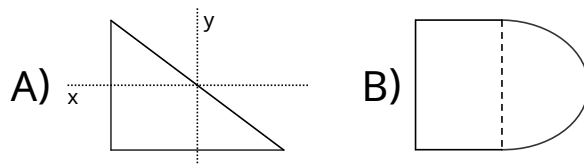
Příklad 40:**Řešení:** $A = 5$, $B = 6$, $C = 4$, $D = 9$

Vyluštěte následující sudoku. Sudoku se řeší tak, že do každé buňky je třeba doplnit jednu číslici 1 až 9. Nicméně v každém řádku, sloupci a zvýrazněné skupině buněk 3×3 musí každá číslice být právě jednou. Jako řešení příkladu uveďte, jaké číslice se nachází na polích A , B , C a D .

				7			3	5
2		8					7	
7				8	3			
	7	2				1		
6			1	5	8			3
		3				5	9	
			7	3				1
	1					2		6
8	2			1				

Příklad 41:**Řešení:** $\frac{9\pi}{2}$; $4,5\pi$; $14,14$ (m^3)**Instrukce:** Uznávej i výsledek $14,13$ vzniklý dosazením $3,14$ za π .

V udrně je zavěšený kus MaSa. Posvítíme-li na maso pouze z jedné strany, bude na stěnu házet stín ve tvaru pravoúhlého trojúhelníku jako na obrázku *A*. Otočíme-li maso o 90° podle osy x , bude házet stín jako na obrázku *B*. Obsah obdélníku tvořící levou část obrázku *B* je 6 m^2 . Pokud bychom místo toho maso otočili o 90° podle osy y , na stěně by byl stín ve tvaru kruhu o poloměru $1,5 \text{ m}$. Předpokládejme, že na maso svítíme z takové dálky, že rozměry masa jsou shodné s rozměry jeho stínu. Určete největší možný objem tohoto kusu masa v m^3 .



Příklad 42:**Řešení:** 2, 3, 4, 5, 6, 7Nalezněte všechna řešení rovnice $(x^2 - 7x + 11)^{x^2 - 13x + 42} = 1$.

Příklad 43:**Řešení:** $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{\frac{1}{2}}$; $0,71$ (m)

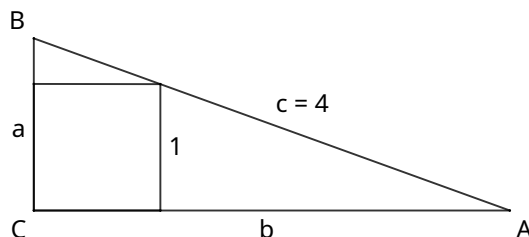
Mějme čtverec o straně 1 m . V něm se nachází 5 zelených bodů. Jaký nejmenší průměr v metrech může mít červený kruh, aby pro každé možné rozmístění zelených bodů bylo možné kruh umístit tak, aby obsahoval alespoň dva zelené body?

Příklad 44:**Řešení:** -5050 Vypočítejte hodnotu výrazu $S = 1 - 4 + 9 - 16 + 25 - 36 + \dots + 99^2 - 100^2$.

Příklad 45:**Řešení:** $\frac{b}{b-1}$

V pravoúhlém trojúhelníku ABC s přeponou $c = 4$ je vepsaný čtverec se stranou délky 1 tak, že jeho roh leží na přeponě c . Doplňte chybějící výraz (délku strany a) v následující polynommické rovnici tak, aby jejím řešením byla délka strany b . Chybějící výraz smí obsahovat pouze neznámou b .

$$b^2 + (\dots)^2 = 16$$



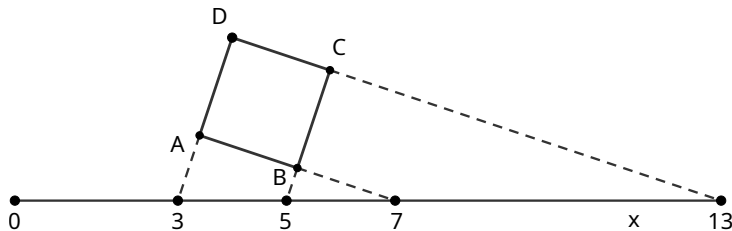
Příklad 46:**Řešení:** 867

Muzeum vystavuje jako jeden ze svých exponátů číslo N , o kterém uvádí, že jde o největší číslo na světě, které má následující vlastnost: je o 15 menší než 42násobek vlastního ciferného součtu. Jana a Martin se rozhodli jít se na N podívat. Jaké číslo uvidí?

Příklad 47:

Řešení: $\frac{18}{5}; 3,6$

Na obrázku vidíme čtverec $ABCD$. Když prodloužíme jeho strany, protnou osu x ve vyznačených bodech. Určete obsah čtverce $ABCD$.



Příklad 48:

Řešení: 5

Na podlaze dlouhé chodby je nakreslená číselná osa od 1 do 2025. Na každém celém čísle stojí jeden člověk, který má jako přezdívku nějaké další číslo. Necht' p_n označuje přezdívku člověka stojícího na čísle n .

Zdislav stojí na čísle 45, jeho přezdívka je $p_{45} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ a na ose nestojí nikdo, jehož přezdívka by měla nižší hodnotu.

Všiml si, že pro všechny lidi stojící na číslech od 1 do 2023 platí $p_n \cdot p_{n+2} - p_{n+1} = 1$. Na posledních pěti číslech stojí jeho kamarádi, kteří by moc rádi věděli, jaký je poměr jejich přezdívek ku přezdívkám lidí stojících na číslech o 2020 menších (tedy $\frac{p_{2021}}{p_1}, \frac{p_{2022}}{p_2}, \dots, \frac{p_{2025}}{p_5}$). Pomozte Zdislavovi najít součet těchto pěti poměrů.

Příklad 49:

Řešení: $\frac{65}{24}; 2,71$

Je dán pravoúhlý trojúhelník ABC s přeponou AC , kde $|AB| = 12$ a $|AC| = 13$. Označme K průsečík tečen kružnice opsané trojúhelníku ABC sestrojených v bodech B, C . Určete velikost úsečky BK .

Příklad 50:

Řešení: 60 (h)

Ivan se snaží prodat hrnce. Objíždí proto všechna města v okolí, kde své hrnce nabízí. Na mapě vidíte všechna města a jednosměrné cesty mezi nimi, kdy u každé je uvedeno, za kolik hodin ji Ivan ujede. Jak nejrychleji dokáže Ivan objet všechna města, nesmí-li žádným projet vícekrát a musí-li skončit ve stejném městě, ve kterém začal? Dobu, co stráví v každém městě, zanedbejte.

