

Úlohy soutěže MaSo, 12. května 2010

1. Místo hvězdiček a otazníků napište čísla tak, aby každé číslo bylo součinem dvou čísel stojících nad ním. Jaké číslo je na místě otazníku?

$$\begin{array}{cccccc} 2684 & 3568 & ? & 2496 & 3819 & \\ * & * & * & * & * & \\ & * & 0 & * & & \\ & & * & * & & \\ & & & & ? & \end{array}$$

[0]

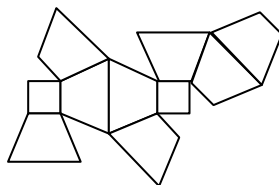
2. V třídě je 28 studentů. Z nich 19 má hnědé vlasy a 13 nosí brýle. Kolik hnědovlasých studentů nosí brýle, pokud víš, že je ve třídě 7 studentů, kteří nemají ani hnědé vlasy ani brýle?

[11]

3. Míša a Honza stavějí věž z dřevěných kostek s rozměry $1 \times 2 \times 5$ cm. Kostky mohou být na sebe ukládány libovolně. Kolik různě vysokých věží mohou kluci postavit ze čtyř takových kostek?

[14]

4. Vědci při zkoumání rozebrali ilustrační model vesmírné lodi. Zůstala jim pouze jeho síť. Kolik vrcholů, hran a stěn má těleso, jehož síť je nakreslená na obrázku?

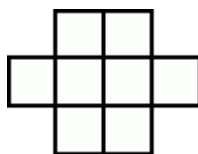


[V: 12, H: 20, S: 10]

5. Hanka se pustila do stavění hradu z písku. Celá práce by jí trvala 12 hodin. Jenomže po šesti hodinách přišel Ondřej a stavěli spolu. Celá stavba jim poté celkově trvala pouze 8 hodin. Jak dlouho by trvala celá stavba, kdyby přišel Ondřej o 3 hodiny dříve?

[6 hodin]

6. Do políček vepište čísla od 1 do 8 tak, aby se políčka, ve kterých jsou po sobě jdoucí čísla, nedotýkala hranami ani rohy.



[1 a 8 v středě]

7. Tři pirátky a tři piráti se usadili ke stolu tak, že se vždy střídá pirát s pirátkou. Jmenují se Slávka, Myška, Lenka, Kesy, Rasto a Peťo. Lenka nechce sedět vedle Peťo, Myška chce sedět vedle Rasta, Slávka nechce sedět vedle Kesyho. Jak si posedali do jedné řady?

[LKMRSP nebo SPMRLK]

8. Mějme čtyřciferné číslo složené z cifer 1, 2, 3 a 4. Jaká je pravděpodobnost, že takové číslo bude dělitelné 3? Pomůcka: pravděpodobnost získáte jako podíl počtu čísel, pro které to platí a počtu všech čísel.

[0]

9. V následujícím schématu spojte levý horní roh s pravým dolním rohem lomenou čarou tak, aby součet čísel, kterými prochází, byl roven 100. Postupovat smíte pouze zleva doprava a shora dolů.

2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	4	4	4	4	4	4	4	4	2
2	4	6	6	6	6	6	6	4	2
2	4	6	8	8	8	8	6	4	2
2	4	6	8	10	10	8	6	4	2
2	4	6	8	10	10	8	6	4	2
2	4	6	8	8	8	8	6	4	2
2	4	6	6	6	6	6	6	4	2
2	4	4	4	4	4	4	4	4	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

10. Posledně jsem při placení použila 3 druhy mincí, přičemž z každého druhu jsem použila stejný počet mincí. Kolik mincí a jakých hodnot jsem použila, když víte, že jsem platila 175 Kč?

[5 Kč, 10 Kč, 20 Kč; z každého druhu 5]

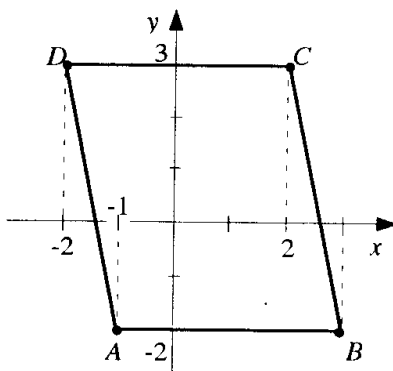
11. Součet teček na libovolných dvou protilehlých stranách hrací kostky je 7. Ze tří takovýchto kostek složíme slepením těleso. (Slepujeme vždy jenom dvě celé stěny). Jaký nejmenší počet teček může mít takové těleso na povrchu?

[40]

12. Dvě ozubená kola s 24 a 40 zuby zapadají do sebe. Kolikrát se musí otočit první kolo, aby první zub zapadl do té samé díry druhého kola jako na začátku?

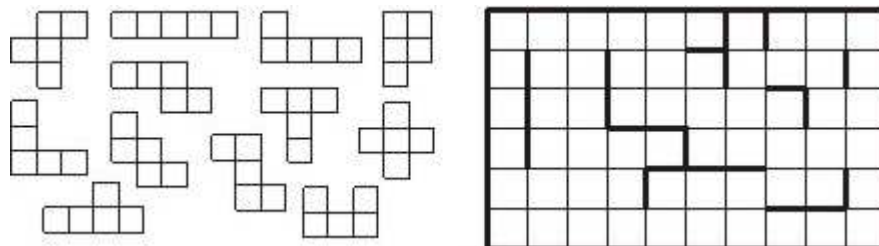
[5]

13. Spočítejte obsah rovnoběžníka ABCD, jestliže souřadnice bodů v souřadné soustavě jsou $A = [-1, -2]$, $B = [3, -2]$, $C = [2, 3]$, $D = [-2, 3]$, jak ukazuje obrázek.



[20]

14. Do obrazce vložte všechny díly pentomina, přičemž je můžete otáčet i zrcadlově překlápět. Některé hrany jsou již vyznačeny.



15. Červená krabice má rozměry 12 cm, 25 cm a 40 cm. Modrá krabice má objem 1 000 cm³. Co všechno můžeš říct o těchto krabicích, jestli určitě nechceš lhát?
- Modrá krabice se určitě vejde do červené.
 - Modrá krabice se určitě nevejde do červené.
 - Buď se vejde modrá do červené, nebo červená do modré.
 - Červená krabice se určitě vejde do modré.
 - Červená krabice se určitě nevejde do modré.

[e]

16. Dvě různé cifry nazýváme sousední, když je jich rozdíl jedna. Takými jsou například 3 a 4, 7 a 8, ale i 0 a 9. Kolik čísel od 100 do 199 je takových, že sousední cifry jsou v něm vedle sebe? Takými jsou například 103, 123, nebo 176.

[36]

17. Máme 1 001-ciferné číslo vytvořené z číslic 1, 2, 3, které se pravidelně střídají (123123123123...), dokud nenapíšeme 1 001 cifer. Je toto číslo dělitelné šesti? A proč?

[ano, sudé, ciferní součet]

18. Pouze málokdo ví, že svíčky se dají recyklovat. Ze 7 zbytků svíček se dá vyrobit 1 nová. Ta se znovu může použít, až dokud z ní nezůstane zbytek. Kolik svíček můžeme dohromady (čili i s těmi, které znovu recyklujeme) vyrobit, pokud máme na začátku 679 zbytků?

[113]

19. Kamil by měl dělat domácí úkol z češtiny, jenže ho to nebaví a raději by počítal matematiku. Hned vedle stolu měl akvárium s rybkami, hned vymyslel způsob, jak se zabavit. Všiml si, že ve vodě nejsou jenom ryby, ale také přísavky, které čistí skla a kameny v akváriu. Ve svém měl tři takové čističe. Změřil, že středně velký vyčistí obdélník o obsahu 38 cm² za 10 minut, ten menší 18 cm² za 15 minut a větší 61 cm² za 12 minut. Kamil má akvárium o rozměrech podstavy 50x25 cm a má v něm 40 l vody. Přemýšlel, že kdyby v akváriu byla jen voda a ti čističi, za jak dlouho by vyčistili stěny a dno, které jsou špinavé od vody?

[10 hodin]

20. Doplně údaje do tabulky fotbalových výsledků, přičemž každé mužstvo hrálo s každým právě jeden zápas.

Body- získaných bodů za soutěž (vítězství 2 body, remíza 1 bod, prohra 0)

Skóre- poměr střelených a inkasovaných gólů

Pořadí - pořadí týmů na konci soutěže

	Arsenal	Chelsea	Manchester utd.	Liverpool	Body	Skóre	Pořadí
Arsenal		1:1				:3	
Chelsea					1	:4	
Manchester utd.						3:1	1.
Liverpool	:5		1:		3	:7	

[A:M = 0:1, L:Ch=2:1, 2. místo - Arsenal]

21. Pozemek areálu školy má tvar obdélníku o rozměrech 100m a 80m. Na pozemku se nachází budova školy s obdélníkovým půdorysem 40x15m, čtvercový bazén se stranou délky 20m, dva kruhové květinové záhony s průměrem 6m, květinový záhon ve tvaru rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku se stranou délky 4 m a 52 % plochy pozemku zabírají hřiště. Ostatní části pozemku je potřeba vysadit zelení. Na kolika m² bude zeleň?

[cca 2780 m²]

22. Studenti Univerzity Karlovy soutěžili ve štafetovém maratónu. V polovině bylo pořadí následovné: první studenti fakulty tělesné výchovy, druhí matfyzáci, třetí filozofové, čtvrtí medicí a pátí právníci. V cíli si oproti polovici závodu matfyzáci a medicí vylepšili umístění a filozofové zachovali své umístění. Kolik různých uspořádání v cíli splňuje tato pravidla?

[2]

23. Děti z jedné školy se byli podívat v zoo. U klece s gorilami se zastavili a povídali si s ošetřovatelem. Dozvěděli se, že tu je 5 goril: Nina, Carmel, Gertruda, Bonifác a Adamart. Ošetřovatel dětem dal následující rébus, ve kterém mají rozdělit vlastnosti mezi jednotlivé gorily. Který druh lidí mají rádi, co rádi jedí, kolik váží a jaké mají oči. Poradil toto: Gertruda váží 138 kg a nemá hnědé oči a nejlíbá mravence. Carmel má oranžové oči. Nina váží 143 kg a nemá zelené oči. Ta co má ráda výhonky a má ráda fotografie. Ta co má modré oči, má ráda děti a mravence. Někteří z goril má ráda dospělé lidi. Ta co váží 125 kg, má ráda výhonky. Adamart váží 153 kg. Bonifác váží 167 kg a nemá zelené oči. Ta co má ráda důchodce, nemá ráda sladkosti. Ta, co váží 143 kg, nemá hnědé oči a nemá ráda důchodce. Ta co má černé oči, má ráda bambus a nemá ráda lidi, kteří je krmí. Ta co má ráda bambus, nemá ráda důchodce. Ta co váží 153 kg, nemá ráda důchodce a mravence.

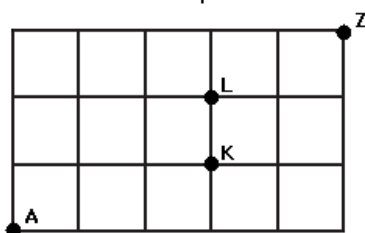
Jeho otázka je, která z goril má ráda banány a která lidi, co je krmí? (může to být ta samá)

[Adamart - lidé, Gertruda - banany]

24. Kolik čísel větších jako 100, ale menších než 200 má při dělení číslem 7 zbytek 5?

[14]

25. Kolik existuje různých cest z bodu A do bodu Z tak, aby cesta procházela alespoň jedním z bodů K nebo L. Je povoleno jít jen po stranách čtverců a jen nahoru nebo doprava.



[42]

26. Kolik květů mám, když: všechny kromě dvou jsou růže, všechny kromě dvou jsou tulipány a všechny kromě dvou jsou sedmikrásky? Mám víc než dva květy.

[3]

27. Z číslic 1, 2, 3, ... 9 sestavte zlomek, jehož hodnota je rovna 2 tak, že v čitateli bude pěticiferné číslo, ve jmenovateli čtyřciferné číslo a každá z uvedených číslic bude ve zlomku zastoupena právě jednou.

[&]

28. Natálka s Petrem jednou hráli hru Logik. Petr si doma uložil šest kuliček s číslicemi do jedné řady. Natálka měla za cíl uhodnout, jaká čísla jsou napsána na těchto kuličkách a to ve správném pořadí. Po každém tipu (viz. Obrázek) jí Petr prozradil, kolik kuliček je umístěných na správném místě (za každou takovou je ve stejné řádce nakreslen jeden černý bod) a kolik kuliček do té šestice patří, ale nejsou na správném místě (za každou takovou je ve stejné řádce nakreslen jeden bílý bod).

1	7	5	3	3	6	●	●	○	○
5	1	3	8	7	5	●	●	○	○
7	8	1	0	7	6	●	●	○	○
1	8	3	7	0	2	○	○	○	○
8	5	5	6	1	6	●	●	●	○
1	7	8	6	7	3	●	○	○	○
5	8	6	1	2	7	○	○	○	○
8	8	5	6	7	1	●	●	●	○

[815 576]

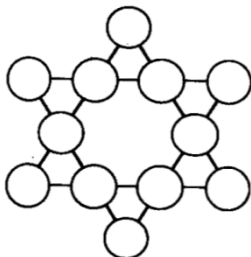
29. V bufetu v budově matfyzu se prodává prvokalkulačka. Prvokalkulačka dokáže určit prvočíselný rozklad čísla. Například pro číslo 150 vypíše $2 \times 3 \times 5 \times 5$, teda čtyři činitele. Když je ale prvočíselný rozklad čísla tak složitý, že obsahuje víc než 5 činitelů, kalkulačka vypíše *Error*. Pro jaké dvojciferné přirozené číslo (pro které kalkulačka neurčí prvočíselný rozklad) vypíše *Error*?

[64 a 96]

30. Když do bazénu přitéká voda dvěma přítoky, naplní se celý bazén za 6 hodin. Když napouštíme bazén jen jedním přítokem, tak se prvním naplní o 5 hodin dříve, než druhým. Za jak dlouho se bazén naplní prvním přítokem a za jak dlouho druhým?

[10 hodin, 15 hodin]

31. Do kroužků vepište čísla 1, 2, ... 11, 12 tak, aby součet čísel na každé spojnici byl dělitelný třemi.



[&]

32. Z velké hromady kostek Jeníček postavil kvádr. Mařenka byla zvědavá, kolik kostek použil na stavbu kvádrů a jak kvádr vlastně vypadá, ale Jeníček jí ho nechtěl ukázat. Řekl jí jen to, kolik kostek je vidět při pohledu z jednotlivých stran: při pohledu zepředu vidíme 270 kostek, při pohledu z boku vidíme 360 kostek, při pohledu shora je vidět 432 kostek. Dokáže Mařenka na základě tohoto určit, jaké jsou rozměry Jeníčkovy kvádrů? Určete to i vy.

[18 × 24 × 15]

33. Maminka, tatínek a jejich syn Petřík obědvali.

- Maminka a tatínek snědli stejný počet pařených buchet.
- Táta snědl více pařených buchet než Petřík.
- Petřík snědl více pařených buchet než maminka a tatínek spolu.
- Maminka snědla méně buchet než Petřík.

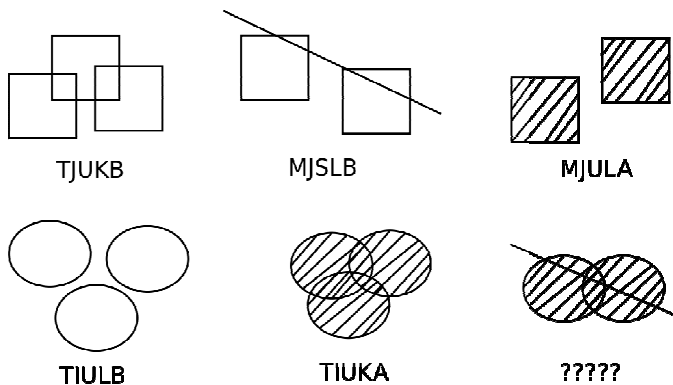
Jedna z těchto informací je nepravdivá. Která?

[b]

34. Bětka chtěla vědět, kolik společných kamarádů mají Lenka a Alenka. Ty jí to však jen tak neřekly. Řekly jí, že když vezme tři krát počet holek, které znají dohromady a odebere tři krát počet kluků, které znají, dostane tři. Ke stejnému výsledku se prý dobere, když vezme tři krát počet kluků, které znají dohromady a odečte dvakrát počet holek, které znají. Kolik tedy mají společných kamarádů?

[11]

35. Co se skrývá pod otazníky?

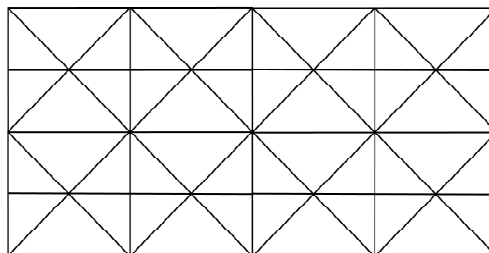


[MISKA]

36. Pokud prodloužíme jednu hranu kvádru o 2 dm, zvětší se objem o 108 dm^3 , pokud prodloužíme druhou hranu o 2 dm, zvětší se objem o 48 dm^3 , pokud prodloužíme třetí hranu o 2 dm, zvětší se objem o 72 dm^3 . Jaké rozměry má kvádr?

[6 × 4 × 9]

37. Kolik trojúhelníků je na obrázku?



[140]

38. Naši známí, několik manželských párů, se rozhodli, že letošního Silvestra oslaví spolu. O půlnoci si začali podávat ruce. Původně si chtěli podat ruce tak, aby si každý podal ruku s každým (samozřejmě kromě svého partnera). Zjistili však, že by to bylo příliš podání a trvalo by to až do rána. Proto se dohodli, že si podají ruce pouze ženy se ženami, a muži mezi sebou každý s každým. Takto ušetřili 30 podání rukou. Kolik manželských párů dohromady oslavovalo tohoto Silvestra?

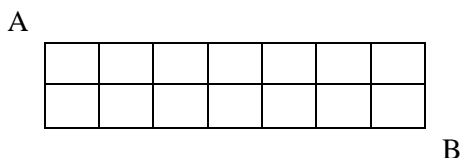
[6 párů]

39. Místo otazníků napište znaménka "+" a "-" tak, aby platilo:

$$15,1 \times (0,28 \text{ ? } 0,31) \text{ ? } 12,6 \times [0,84 \text{ ? } (-1,26)] \text{ ? } 4,745 = -1$$

[- + + +]

40. Kolika způsoby se dá dostat z bodu A do bodu B, pokud se můžete pohybovat po čárách v libovolném směru, ale nikoli dvakrát po té samé čáře?



[64]

41. Tři běžci Adam, Pepa a Tom jsou postupně seřazeni do třech rovnoběžných přímých drah. Na startu jsou v jedné přímce všichni běžci. Závod je ukončen po 10 vteřinách. Běžci opět tvoří jednu přímku. Tom uběhl 82 m, Adam 48 m. Kolik metrů uběhl Pepa?

[65 m]

42. Honza, Ifka a Láďo hrají stolní tenis následovně: po každé hře hraje tu příští vítěz s osobou, která pozorovala. Jednou takhle hráli celkem 15 her. Z toho Honza vyhrál 7 her, zatím co Ifka a Láďo jenom po čtyři. Kolik her Honza prohrál?

[4]