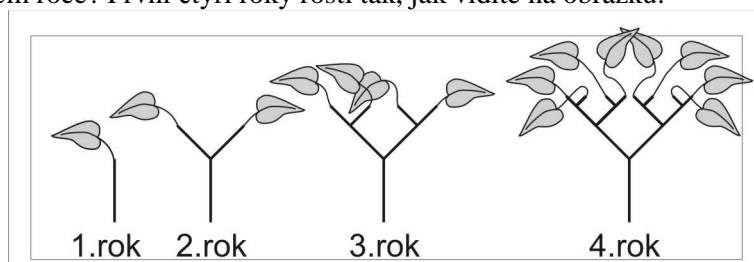


Úlohy soutěže MaSo, 13. května 2009

1. Je možné ze 36 zápalek složit pravouhlý trojúhelník? Pokud ano, jak? (Zápalky se nesmějí ztrácet, lámat ani jinak zkracovat a dávají se jen na obvod.)
[ano: 9, 12 a 15 zápalek]
2. Sněhurka a sedm trpaslíků navštívili Šípkovou Růženku. Tam jeli vlakem, zpátky autobusem. Sněhurka si musela koupit celý lístek. Trpaslíci mohli naštěstí jet za poloviční cenu. Cesta tam a zpátky je dohromady stála 729 Pk (pohádkových korun). Celý lísek na vlak stojí 78 Pk. Kolik stojí celý lístek na autobus?
[84 Pk]
3. Rozdíl mezi Mášíným a Dášíným věkem je 4 roky a Máše je právě tolik, kolik bude Dáše, až bude mít Máša třikrát tolik roků jako Dáša, když měla Máša dvakrát tolik, kolik měla Dáša, když měla Máša 0,5-krát tolik, kolik má Dáša teď. Kolik má roků Dáša a kolik Máša?
[Dáša 22, Máša 26]
4. Kolik nejvíc přirozených čísel menších než 30 můžeme vzít, aby jejich součin nebyl dělitelný 72?
[21]
5. V Liliputu jsou některé věci zvláštní. Místo cifer 0 – 9 se tam používají písmena x, a, b, c, d, e, f, g. Lidé se tam rodí jen se čtyřmi prsty na každé ruce, takže nepoužívají desítkovou, ale osmičkovou soustavu. Proto například posloupnost čísel od 1 do 20 vypadá následovně: a, b, c, d, e, f, g, ax, aa, ab, ac, ad, ae, af, ag, bx, ba, bb, bc, bd. Guliver v Liliputu koupil v obchodě *e* rohlíků po *c* francích a *b* jogurtů po *af* francích. Na pokladně platil *axx* frankovkou. Kolik franků mu vrátili?
[be franků]
6. V jehlanu je 40 kuliček. Kuličky jsou bílé, modré a červené. Vytáhneme-li náhodně z jehlanu 29 kuliček, bude mezi nimi alespoň jedna bílá. Modrých kuliček je více než bílých, ale méně než červených. Jaké jsou počty kuliček jednotlivých barev v jehlanu?
[12, 13 a 15]
7. Jiří a Mirek mají plné poháry se stejným objemem. Jiří má v poháru vodu s pomerančovým džusem v poměru 2:3. Mirek má v poháru vodu s inkoustem v poměru 4:1. Když obsah pohárů slijeme, v jakém poměru budou voda, džus a inkoust?
[6:3:1]
8. Jaký je součet všech přirozených čísel, jejichž ciferný součet je 4 a která jsou zároveň menší než 123.
[446 (= 4 + 13 + 22 + 31 + 40 + 103 + 112 + 121)]
9. V následujícím výrazu dosad'te číslice za jednotlivá písmena tak, aby zapsaná rovnost platila. Za stejná písmena dosad'te stejné číslice, za různá písmena různé číslice.
$$SINUS + SINUS + KOSINUS = TANGENS$$
$$[58725 + 58725 + 3958725 = 4076175]$$
10. Rodinka se chce dostat na druhou stranu tunelu. Táta přejde tunel za 1 minutu, mamka za 2 minuty, syn za 4 a dcera za 5 minut. Přes tunel mohou najednou jít maximálně dva, pohybují se rychlostí toho pomalejšího. Rodinka má jen jednu baterku, která vydrží svítit 12 minut, a všichni musí v tunelu jít s baterkou. Jak se dostane celá rodinka skrz tunel?
[nejdřív rodiče – 2 minuty, otec se vrátí – 3 minuty, přejdou děti – 8 minut, mama se vrátí pro otce – 10 minut, oba přejdou na druhou stranu – 12 minut]
11. Najděte nejmenší takové čtyřciferné číslo, že záměnou jeho cifer vytvoříme dalších 8 různých čtyřciferných čísel. Například z čísla 110 vytvoříme jen jedno další trojciferné číslo 101.
[1012]

12. Lenka si koupila speciálně vyšlechtěný keř. Na přiloženém návodu bylo napsáno: *acerus binarus* je nenáročná pokojová rostlina. Zalívejte třikrát týdně. Povšimněte si, že tento speciálně šlechtěný keř roste podle jistého pravidla. Odhalte ho a napište nám kolik bude mít listů v osmém roce svého života. Pokud to zjistíte do čtvrtého roku od koupi našeho keře, vyhraje od nás kaktus zdarma!

Lenka keř pečlivě sledovala čtyři roky a pak se stala šťastnou majitelkou kaktusu. Uměli byste i vy zjistit, kolik bude mít keř listů v osmém roce? První čtyři roky rostl tak, jak vidíte na obrázku.

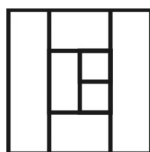


[128]

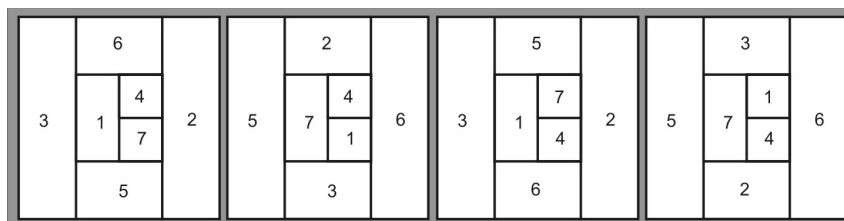
13. Čtvercová zahrada je rozdělená třemi rovnými chodníky na několik částí. Jeden chodník vede z pravého dolního rohu do levého horního. Další chodník vede z pravého horního rohu do středu spodní strany čtverce. Poslední chodník vede zase z pravého horního rohu do středu levé strany čtverce. Jakou část plochy zahrady tvoří trojúhelníkový záhon, který je ohraničený všemi třemi chodníky?

[1/6]

14. Umístěte čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 do obrázku tak, aby v žádných dvou sousedních obdélnících nebyla čísla, jejichž rozdíl je rovný jedné.



[stačí jedno řešení]



15. Určete všechny dvojice čísel, jejichž největší společný dělitel je 6 a nejmenší společný násobek je 72.

[(72 s 6) a (18 s 24)]

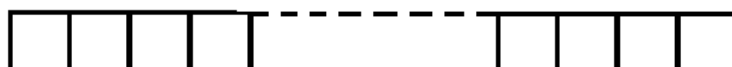
16. Je dán trojúhelník ABC , přičemž úhel u vrcholu C je pravý. Necht' S je střed přepony AB . Vyjádřete velikost úhlu ACS , pokud víte, že velikost úhlu ABC je 48° .

[42°]

17. Dánským oblíbeným dopravním prostředkem je jízdní kolo. Na kole jezdí Dánové do práce, na drobné nákupy, na návštěvy, ale i na dlouhé výlety. Erik se rozhodl, že navštíví svou tetu, která je zaměstnaná v podniku, kde se vyrábí lék na diabetes, jehož je Dánsko největším výrobcem. Zavolal jí a domluvil se, kdy má přijet. Než další den vyjel, začal uvažovat, že když pojedou stálou rychlostí 15km/h, dojde k tetě o hodinu dřív, a když by jel stálou rychlostí 10km/h, bude mít hodinové zpoždění. Jak daleko bydlela Erikova teta?

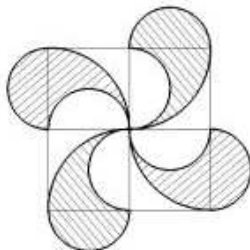
[60 km]

18. Pás je složen z 2009 čtverců. V každém čtverci je jedna číslice. Dvojice sousedních číslic tvoří dvojčíferné číslo, které je násobkem čísla 17 nebo 23. Určete první číslici, když víte, že poslední číslo je 7.



[9]

19. Strana velkého čtverce má délku 4 cm. Jaký obsah a obvod má vyšrafovaná část.



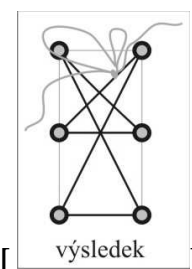
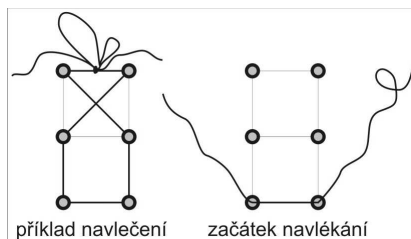
[obsah: 4π , obvod: 12π]

20. Kolik je všech pěti- a šesticiferných čísel dělitelných 3 a 4, v jejichž zápisu jsou jenom číslice 4 a 7.

[je jich 16 (jsou to všechna šesticiferná čísla poskládaná jen z 4 a 7 a mají na konci 44)

(444 444, 444 744, 447 444, 474 444, 744 444, 447 744, 474 744, 744 744, 477 444, 747 444, 774 444, 477 744, 747 744, 774 744, 777 444, 777 744)]

21. Pavla si koupila boty s příliš dlouhými tkaničkami. Proto se rozhodla, že si navlékne tkaničku tak, aby jí na navléknutí spotřebovala co nejvíce. Pavliny boty mají šest dírek, tři na každé straně. Vzdálenost mezi řadami dírek je 1 a vzdálenost mezi dvěma sousedními dírkami v jedné řadě je taky 1. Dírky jsou navíc úzké, takže se každou dírkou dá převléct tkanička pouze jednou. Aby bota držela na noze, je potřeba zavázat ji tak, aby každá dírka byla spojena tkaničkou s alespoň jednou dírkou v druhé řadě. Jak má Pavla navléknout tkaničky, když chce začít jako na obrázku?



22. Na dvoře ležely 3 hromady cihel. Z první hromady jsme přenesli na druhou tolik cihel, kolik již bylo na druhé. Poté z druhé na třetí tolik, kolik bylo na třetí, a nakonec z třetí na první tolik, kolik tam zůstalo od prvního přenesení. Nakonec bylo na každé hromadě 640 cihel. Kolik bylo cihel na jednotlivých hromadách původně?

[880, 560 a 480]

23. Napiš čtyřciferné číslo, jehož první číslice je součtem druhé a třetí a zároveň pětinasobkem poslední číslice a druhá číslice se rovná rozdílu třetí a čtvrté. (Hledané číslo je přirozené a neobsahuje nuly.)

[5231]

24. V MaSové ulici je za sebou 5 domečků očíslovaných postupně čísly od 1 po 5. Každý jeden dům slouží jako malý obchod s jediným druhem masa. Nachází se tam prodejna rybiho, jehněčího, vepřového, hovězího a drůbežího masa. Víme, že

- a) drůbeží prodejna nesousedí s jehněčí prodejnou
 - b) dům s jehněčím masem sousedí s vepřovým a rybím domem
 - c) hovězí, vepřové a rybí maso jsou v domech s prvočíselným označením
- Které prodejny jsou v domech se sudým označením?

[hovězí a jehněčí prodejna]

25. Číslo je hranaté, pokud je větší než 19 a menší než 40. Dvě hranatá různá čísla se spolu nebví, když jejich součet i součin končí stejnou cifrou. Například čísla 12 a 22 se spolu nebví, protože jejich součet i součin končí cifrou 4. Najděte všechny dvojice hranatých čísel, které se spolu nebví.

[20 a 30, 22 a 32, 24 a 28, 24 a 38, 34 a 28, 34 a 38]

26. Do tří rohů čtverce 3x3 napište čísla 63, 81, 90, tak aby číslo 90 bylo oproti rohu, do kterého nebylo na začátku napsáno žádné číslo. Pak čtverec doplňte celými čísly tak, aby součet čísel v každém sloupci, každém řádku i na každé úhlopříčce byl tentýž. Jaké číslo bude ve středu čtverce?

[72]

27. Peťo si nakreslil rovnostranný trojúhelník. Protože se právě nudil, spočítal pro každý vnitřní bod trojúhelníka součet jeho vzdáleností od jednotlivých stran. Pak ho začaly zajímat body, pro které je tento součet maximální, tedy větší nebo rovný než pro libovolný jiný bod. Tyto body nabarvil na červeno. Zjistěte, jak byl nakonec Peťov trojúhelník nabarvený.

[celý vnitřek byl červený]

28. Helka a Hanka házely kostkami. Každá hodila jednou kostkou a pak si zapsaly, jaký byl součet čísel, které na těchto dvou kostkách padly. V pondělí takto obě hodily kostkami tisíckrát a zapamatovaly si číslo, které jim padlo nejvícekrát. V úterý udělaly dalších 1000 pokusů a znovu jim nejvícekrát padlo to samé číslo jako v pondělí. Podobně i po celý zbytek týdne. Každý den udělaly 1000 pokusů, a pokaždé jim nejčastěji padalo to samé číslo. Tak se konečně rozhodly přestat házet a začít rozmýšlet. Zjistily, že jim to číslo opravdu mělo proč padat nejčastěji. Dokázali byste zjistit, jaké číslo to bylo?

[7]

29. Kesy ulovil sumce. Když se ho ptali, jak je dlouhý, řekl, že hlava měří 18cm. Tělo je dlouhé jako hlava a ocas dohromady. Ocas má délku jako polovina hlavy a polovina těla dohromady. Jak dlouhý byl sumec?

[108 cm]

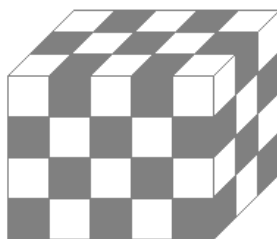
30. Najděte všechna přirozená čísla n , pro která se hodnota výrazu $(n^2 - 299^2)$ rovná prvočíslu.

[jen pro $n = 300$]

31. Lubka chtěla jet autobusem domů. Naneštěstí zapomněla jeho číslo. Pamatovala si jenom, že to bylo čtyřciferné číslo končící číslicí 9. Navíc je dělitelné každou cifrou, kterou obsahuje. Jaké mohlo být číslo autobusu, kterým se Lubka dostane domů? Napište všechny možnosti, aby si Lubka mohla být jista, že mezi nimi bude určitě i ten, kterým se dostane domů.

[7119, 3339, 9999]

32. Kvádr na obrázku je složený z černých a bílých kostek tak, že kostky stejné barvy nemají společnou stěnu. Při stavění kvádrů jsme na každé spojení stěn nanесли lepidlo. Kolik je v kvádru takových černých stěn, že je na ně přilepena stěna jiné kostky?

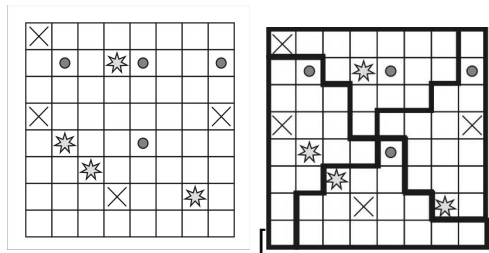


[$3 \times 15 + 4 \times 12 + 2 \times 20 = 133$]

33. Kolik dvouciferných čísel má takovou vlastnost, že když zaměníme pořadí jeho cifer, vznikne dvouciferné číslo menší než původní číslo?

[36]

34. Rozdělte čtverec na obrázku na 4 části stejné tvarem i velikostí tak, aby v každé byla jedna hvězdička, jeden křížek a jedno kolečko.



35. Chcete vidět kouzlo? Vezměte si dvě kružnice tak, aby průměr té menší byl poloměrem té větší. Vlož menší do větší tak, aby se jí zevnitř dotýkala. Označ písmenem A bod na obvodu malé kružnice, který teď leží ve středu velké. Tak a teď otáčej menší kružnici po obvodu větší tak, aby se pořád dotýkala. Jak bude vypadat trasa kterou přešel bod A?

[úsečka dlouhá jako průměr větší kružnice]

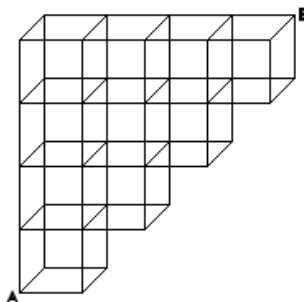
36. Kuba měl více než padesát a méně než sto drátků. Když je svázal do svazků o devíti chyběl mu v posledním svazku jeden drátek. Kdyby drátky svázal po sedmi, zůstal by mu jeden drátek. Kolik drátků měl Kuba?

[71]

37. V šesti koších jsou vejce. V některých jsou slepičí, v jiných kachní. Nikdy ale nejsou slepičí a kachní vejce pomíchané v jednom košíku. Množství vajec v koších jsou: 5, 6, 12, 14, 23 a 29. „Kdybych prodal tenhle košík“, uvažuje prodavač, „zbylo by mi právě dvakrát tolik slepičích vajec jako kachních.“ Který košík měl prodavač na mysli?

[29]

38. Kolika způsoby se dá dojít z A do B, když můžeme jít jen nahoru, doprava a dozadu?



[378]

39. Václav napsal na tabuli sudé deseticiferné číslo, kterého ciferní součet je 13. Jaký ciferní součin může mít Václavovo číslo?

[0, 4, 6 nebo 8]

40. Dva příklady vypočítají čtyři gymnazisté za 3 minuty, stejný počet příkladů vypočtou dva matfyzáci za 2 minuty. Kolik příkladů vypočítají dva matfyzáci a tři gymnazisté za čtyři minuty? (Všechny příklady jsou stejně těžké, a všichni pozorováním jedinci podávají v řešení stabilní výkon.)

[6]

41. Ika našla krabičku kostkového cukru a hned se do něj pustila. Nejdříve snědla celou vrchní vrstvu, což bylo 119 kostek cukru. Poté se vrhla na přední vrstvu. Snědla všechny kostky, které v ní ještě zbyly, což bylo 204 kostek cukru. Nakonec snědla i jednu boční vrstvu. Zase pěkně všechny kostky, co v ní ještě zbyly. To bylo 72 kostek. Kolik kostek kostkového cukru bylo v krabičce, než ji Ika našla?

[1547 (= 17 × 13 × 7)]

42. Jak se dají ze šesti sirek poskládat čtyři rovnostranné trojúhelníky? Sírky se samozřejmě nesmějí ztrácet, lámat ani jinak zkracovat.

[čtyrstěn]